Faisons des Maths !

Théorème de Sophie Germain

M.Drillet

Vendredi 12 novembre 2021

Plan

1. Énoncé
2. Motivations
3. Aides

Théorème de Sophie Germain

Soit p un nombre impair et un nombre premier de Sophie Germain, c'est à dire tel que $q = 2p + 1$ soit premier, alors il n'existe pas de triplet $(x, y, z) \in \mathbb{Z}^3$ tel que $xyz \not\equiv 0\ [p]$ et $x^p + y^p + z^p = 0$.

Plan

1 Énoncé

2 Motivations

3 Aides

Le grand théorème de Fermat

Il n'existe pas de triplet $(x, y, z) \in (\mathbb{N}^*)^3$ tel que

$$x^n + y^n = z^n$$

dès que n est un entier strictement supérieur à 2.

Le grand théorème de Fermat

Il n'existe pas de triplet $(x, y, z) \in (\mathbb{N}^*)^3$ tel que

$$x^n + y^n = z^n$$

dès que n est un entier strictement supérieur à 2.

<u>Démonstration</u> :
Soient x,

Le grand théorème de Fermat

Il n'existe pas de triplet $(x, y, z) \in (\mathbb{N}^*)^3$ tel que

$$x^n + y^n = z^n$$

dès que n est un entier strictement supérieur à 2.

C'est regrettable que ce diaporama soit trop étroit pour contenir la merveilleuse démonstration de ce théorème.

<u>Démonstration</u> :
Soient x,

Le grand théorème de Fermat

Il n'existe pas de triplet $(x, y, z) \in (\mathbb{N}^*)^3$ tel que

$$x^n + y^n = z^n$$

dès que n est un entier strictement supérieur à 2.

C'est regrettable que ce diaporama soit trop étroit pour contenir la merveilleuse démonstration de ce théorème.

Démonstration :
Soient x,

Le théorème de Sophie Germain, démontré en 1823 est une résolution partielle du grand théorème de Fermat.

Les nombres de Sophie Germain

En 2001, le plus grand nombre de Sophie Germain connu était $109\,433\,307 \times 2^{66\,452} - 1$, composé de 20 013 chiffres.

On conjecture qu'il en existe une infinité.

Plan

1 Énoncé

2 Motivations

3 Aides

Lemme d'Euclide

Soient b et c deux entiers. Si un nombre premier p divise le produit bc, alors p divise b ou c.

Lemme d'Euclide

Soient b et c deux entiers. Si un nombre premier p divise le produit bc, alors p divise b ou c.

Lemme de Gauss

Soient a, b et c trois entiers. Si a divise le produit bc et si a est premier avec b, alors a divise c.

Lemme d'Euclide

Soient b et c deux entiers. Si un nombre premier p divise le produit bc, alors p divise b ou c.

Lemme de Gauss

Soient a, b et c trois entiers. Si a divise le produit bc et si a est premier avec b, alors a divise c.

Le petit théorème de Fermat

Si p est un nombre premier et si a est un entier non multiple de p, alors

$$a^{p-1} \equiv 1 \ [p].$$