Pour s'amuser

Problèmes

- Exercice nº 1 -

Les robinets

Classique

On dispose de deux robinets. Le premier est capable de remplir un réservoir d'eau de 24 L en 1 minute, le second peut remplir ce même réservoir en 2 minutes.

En ouvrant les deux robinets au même moment, combien de temps faudrait-il pour remplir un jacuzzi avec 1 080 L d'eau?

Source : Eduscol

Exercice no 2

Coût carbone

——— Développement Durable -

Une famille composée de 4 personnes envisage de faire le trajet Lille - Marseille et souhaite limiter au maximum l'empreinte carbone de leur voyage (voir le tableau ci-dessous). Cette famille hésite entre le train, l'avion, le bus ou utiliser leur voiture familiale qui est un véhicule hybride. On sait que :

- la distance Lille Marseille par routes et autoroutes est de 990 km;
- la distance Lille Marseille en avion est de 834 km;
- la distance Lille Marseille en train est de 965 km.

Quel mode de transport va privilégier cette famille éco-responsable?

Mode de transport	Coût carbone
Avion	25 gCO ₂ e/km par passager
Voiture hybride transportant 4 personnes	86 gCO ₂ e pour 1 km
Bus transportant 50 passagers	65 kgCO ₂ e pour 100 km
Train grande vitesse	13 gCO ₂ e/km par passager

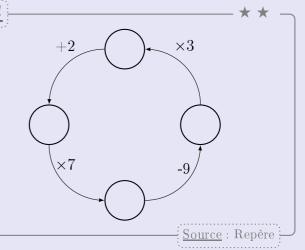
Doc. Coût carbone (gCO₂e : gramme de CO₂ émis).

<u>Source</u>: Eduscol

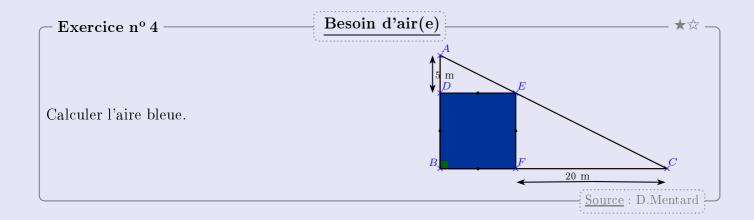
Exercice no 3

Ca tourne!

Trouver les nombres qui manquent dans les bulles.



 $4^{\grave{e}me}$ Maths Alors!

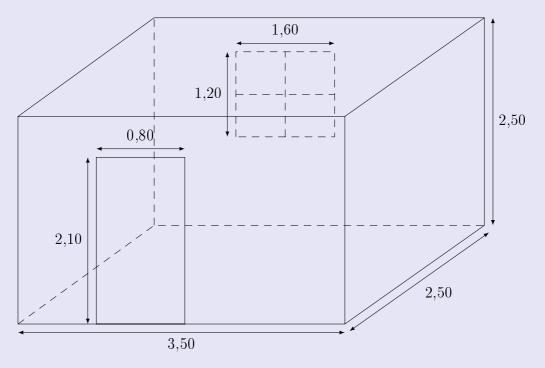


 $4^{\grave{e}me}$ Maths Alors!

Exercice no 5

On souhaite rénover une salle de bain qui a la forme d'un parallélépipède rectangle. Il faut coller du papier peint sur les quatre murs. On n'en colle pas sur la porte, ni sur la fenêtre.

Voici un schéma de la salle de bain, les dimensions sont exprimées en mètre :



On dispose des informations suivantes:

Prix du papier peint :

- le papier peint est vendu au rouleau entier;
- un rouleau coûte 16,95 €;
- un rouleau permet de recouvrir 5,3 m².

 $Conseil\ du\ vendeur:$

prévoir 1 rouleau de papier peint en plus afin de compenser les pertes liées aux découpes.

Prix de la colle :

- la colle est vendue au pot entier;
- un pot a une masse de 0,2 kg;
- un pot coûte $5,70 \in$.

Conseil du vendeur:

compter 1 pot de colle pour 4 rouleaux de papier peint.

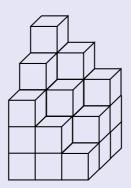
- 1. Montrer que la surface à recouvrir de papier peint est de 26,4 m².
- 2. Calculer le prix, en euro, d'un mètre carré de papier peint. Arrondir au centime d'euro.
- 3. Si on suit les conseils du vendeur, combien coûtera la rénovation de la salle de bain?
- 4. Le jour de l'achat, une remise de 8 % est accordée. Quel est le prix à payer après remise? Arrondir au centime d'euro.

Source: DNB 2021 Amérique du Nord

Exercice nº 6

Première partie

En plaçant plusieurs cubes unités, on construit ce solide :

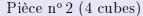


Question : Combien de cubes unités au minimum manque-t-il pour compléter ce solide et obtenir un pavé droit ?

Deuxième partie

Un jeu en 3D contient les sept pièces représentées ci-dessous. Chaque pièce est constituée de cubes identiques d'arête 1dm.

Pièce nº 1 (3 cubes)



Pièce nº 3 (4 cubes)

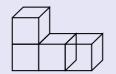
Pièce nº (4 cubes)



Pièce nº 5 (4 cubes)

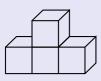


Pièce nº 6 (4 cubes)

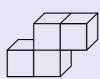


Pièce nº 7 (4 cubes)









- 1. Dessiner une vue de dessus de la pièce n° 4 (en prenant 2 cm sur le dessin pour représenter 1 dm dans la réalité).
- 2. À l'aide de la totalité de ces sept pièces, il est possible de construire un grand cube sans espace vide.
 - (a) Quel sera alors le volume (en dm³) de ce grand cube?
 - (b) Quelle est la longueur d'une arête (en dm) de ce grand cube?

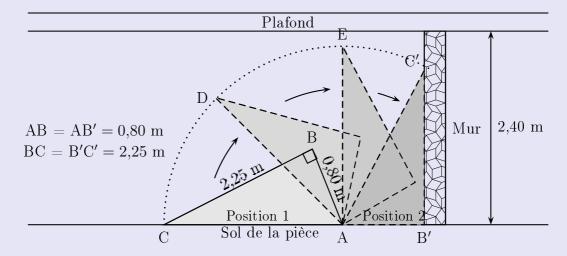
Source: DNB Asie juin 2021

Exercice no 7

Une famille a acheté une étagère qu'elle souhaite placer le long d'un mur.

1. L'étagère était affichée au prix de 139,90 €. La famille a obtenu une réduction de 10 %. Quel a été le montant de cette réduction ?

2. Voici l'image de profil qu'on peut voir sur le guide de montage de l'étagère; ce dessin n'est pas à l'échelle.



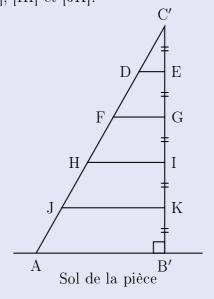
L'étagère a été montée à plat sur le sol de la pièce; elle est donc en position 1.

On veut s'assurer qu'elle ne touchera pas le plafond au moment de la relever pour atteindre la position 2.

On ne dispose d'aucun instrument de mesure.

Avec les données du schéma précédent, vérifier que l'étagère ne touchera pas le plafond.

3. Dans cette question, on supposera que le meuble a pu être disposé contre le mur. On installe maintenant quatre tablettes horizontales régulièrement espacées et représentées ici par les segments [DE], [FG], [HI] et [JK].



- (a) Calculer la longueur C'E.
- (b) Calculer la longueur de la tablette [DE].
- (c) Calculer la longueur de la tablette [HI].

Rappels des données :

B'C' = 2.25 m

AB' = 0.80 m

<u>Source</u>: DNB septembre 2021

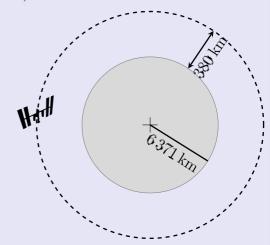
Exercice no 8

**

On représente la Terre, l'ISS et son orbite (trajectoire de l'ISS) à l'aide du schéma ci-dessous.

On considère que :

- la Terre est assimilée a une sphère de rayon 6 371 km;
- l'orbite de l'ISS est un cercle de même centre que celui de la Terre;
- l'ISS tourne autour de la Terre a une altitude de 380 km.



- 1. Montrer que l'ISS parcourt environ 42 400 km pour effectuer un tour complet de la Terre.
- 2. On estime que l'ISS tourne autour de la Terre à la vitesse moyenne de 27600 km/h.
 - (a) Montrer qu'il faut environ 1 h 32 min à l'ISS pour effectuer un tour complet de la Terre.
 - (b) Le 19 juin 2020, de 14 h 30 à 21 h 45 (heure de Paris), le spationaute français Thomas Pesquet a effectué une sortie extravéhiculaire en restant attaché à l'ISS.

 Durant cette sortie, combien de fois Thomas Pesquet a-t-il fait le tour complet de la Terre?

Source: DNB 2022 Asie

Exercice no 9

Dans une habitation, la consommation d'eau peut être anormalement élevée lorsqu'il y a une fuite d'eau.

On considère la situation suivante :

- Une salle de bain est équipée d'une vasque de forme cylindrique, comme l'illustre l'image ci-dessous.
- Le robinet fuit à raison d'une goutte par seconde.
- En moyenne, 20 gouttes d'eau correspondent à un millilitre (1 ml).



Caractéristiques de la vasque :

 $\begin{array}{l} {\rm Diamètre~int\acute{e}rieur}:\,40\:{\rm cm}\\ {\rm Hauteur~int\acute{e}rieure}:\,15\:{\rm cm} \end{array}$

Masse: $25 \,\mathrm{kg}$

L'évacuation de la vasque est fermée et le logement inoccupé pendant une semaine.

▷ L'eau va-t-elle déborder de la vasque?

Source: DNB 2022 adapté

Exercice no 10

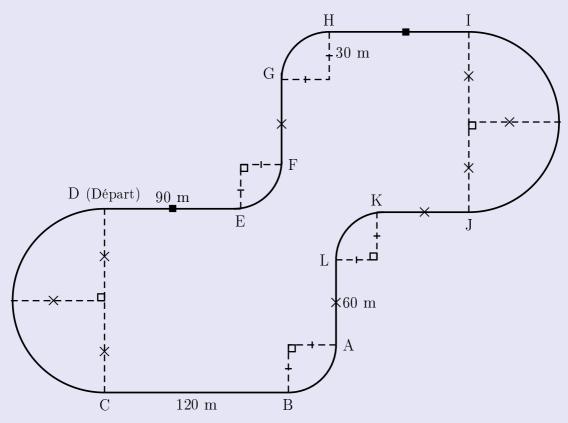


Un professionnel et un amateur vont faire une séance de karting sur la piste ci-dessous (représentée en traits pleins).

Cette piste est constituée de segments, de demi-cercles et de quarts de cercles.

Le professionnel fait un tour de piste en 60 secondes.

L'amateur fait un tour de piste en 72 secondes.



- 1. Montrer que la longueur de la piste est de 1045 m, arrondie à l'unité près. Toute trace de recherche sera valorisée.
- 2. Calculer la vitesse moyenne du professionnel en m/s. On arrondira au centième près.
- 3. Pour des raisons de sécurité sur ce circuit, les amateurs ne doivent pas dépasser les 60 km/h de moyenne. Cet amateur respecte-t-il les règles de sécurité?
- 4. Le professionnel et l'amateur partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours de circuit.

On rappelle que le professionnel effectue un tour en 60 s et l'amateur en 72 s.

- (a) Décomposer 60 et 72 en produit de facteurs premiers.
- (b) Au bout de combien de temps se retrouveront-ils pour la première fois sur la ligne de départ ensemble?
- (c) Combien auront-ils alors effectué de tours chacun?

Source: DNB 2023 Polynésie

Problèmes

Correction

Correction de l'exercice nº 1

24 + 12 = 36

A eux deux, ils remplissent 36 L en une minute.

 $1080 \div 36 = 30$

Il faut 30 minutes pour remplir le jacuzzi.

Correction de l'exercice nº 2

• Voiture : $990 \times 86 = 85140$.

• Avion: $834 \times 25 \times 4 = 83400$.

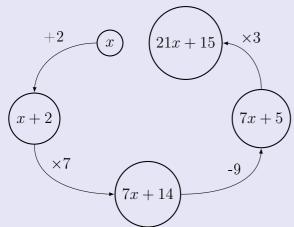
• $\underline{\text{Train}} : 965 \times 13 \times 4 = 50180.$

• <u>Bus</u>: $990 \times 65\,000 \div 100 \times \frac{4}{50} = 643\,500 \times \frac{4}{50} = 51\,480$.

Donc cette famille éco-responsable va choisir le train.

Correction de l'exercice nº 3

Soit x le nombre en « haut ».



Donc, nous cherchons à résoudre l'équation :

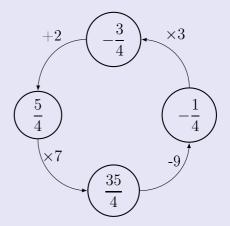
$$x = 21x + 15$$

$$x - 21x = 15$$

$$-20x = 15$$

$$x = \frac{15}{-20} = -\frac{3}{4}$$

Ainsi, on obtient:



 $4^{\grave{e}me}$ Maths Alors!

Correction de l'exercice nº 4

Le quadrilatère bleu a ses côtés de même mesure, donc c'est un losange. Il a aussi un angle droit donc BFED est un carré.

Notons x la longueur de côté du carré bleu.

1ère méthode:

On sait que : (DE)//(BC)

Les points A, D, B et A, E, C sont alignés dans le même ordre.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

en remplaçant par les valeurs, on obtient :

$$\frac{5}{5+x} = \frac{x}{x+20}$$

$$5(x+20) = x(x+5)$$

$$5x+100 = 5x+x^2$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10 \quad (\text{car } x > 0).$$

Donc $\mathscr{A}_{BFED} = 100 \ m^2$.

<u>2ème méthode</u>:

$$\mathcal{A}_{BFED} = \mathcal{A}_{ABC} - \mathcal{A}_{ADE} - \mathcal{A}_{EFC}$$

$$x^2 = \frac{(x+20)(x+5)}{2} - \frac{5x}{2} - \frac{20x}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 5x + 20x + 100}{2} - 2,5x - 10x$$

$$x^2 = 0,5x^2 + 12,5x + 50 - 2,5x - 10x$$

$$x^2 = 0,5x^2 + 50$$

$$0,5x^2 = 50$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10 \quad (\text{car } x > 0).$$

Donc $\mathscr{A}_{BFED} = 100 \ m^2$

<u>★Correction de l'exercice nº 5</u>

- 1. Aire de la surface à recouvrir de papier peint :
- $2 \times 3.5 \times 2.5 + 2 \times 2.5 \times 2.5 2.1 \times 0.8 1.6 \times 1.2 = 30 1.68 1.92 = 26.4 \text{ m}^2.$
- 2. 16,95 € pour 5,3 m² donne un prix au m² de $\frac{16,95}{5,3} \approx 3,198$ soit 3,20 € au centime près.

3. Il faut en principe $\frac{26,4}{5,3} \approx 4,98$ soit 5 rouleaux à l'unité près et avec 1 rouleau de plus pour les pertes, il faudra donc acheter 6 rouleaux.

Prix du papier peint : $6 \times 16.95 = 101.70$ (\in).

Prix de la colle : $2 \times 5{,}70 = 11{,}40 \in \text{pour un total de}$:

$$101,70 + 11,40 = 113,10 \ ().$$

4. Enlever 8% revient à multiplier par $1 - \frac{8}{100} = 1 - 0.08 = 0.92$. Le prix à payer après remise est donc :

 $113,10 \times 0.92 = 104,052 \approx 104,05 \in$.

$$113,10 \times 0,92 = 104,052 \approx 104,05 \in$$

Correction de l'exercice nº 6

Première partie

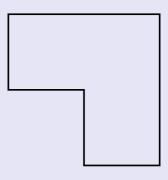
Dans la troisième couche verticale la plus profonde il manque 3 cubes.

Dans la deuxième couche verticale il manque 6 cubes.

Dans la première couche verticale il manque 9 cubes. Il manque donc en tout 3+6+9=18 cubes.

Deuxième partie

1.



- (a) Il y aura en tout 3 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 27 cubes unités. Comme chaque cube a un volume de $1^3 = 1$ (dm³), le volume du grand cube est $27 \times 1 = 27 \text{ (dm}^3$).
 - (b) On remarque que $27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$. On sait que le volume d'un cube d'arête a est $V=a^3$, donc l'arête du grand cube est 3 dm.

Correction de l'exercice nº 7

- 1. 10 % de 139,90 est égal à 139,9 × 0,1 = 13,99 (€) de réduction.
- 2. On sait que : BAC est un triangle rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^{2} = BA^{2} + BC^{2}$$

 $AC^{2} = 0.8^{2} + 2.25^{2}$
 $AC^{2} = 5.7025$
 $AC = \sqrt{5.7025}$
 $AC \approx 2.387$

On a donc AE < 2,40 : l'étagère passe (juste!)

3. (a) On a C'E =
$$\frac{B'C'}{5} = \frac{2,25}{5} = \frac{4,5}{10} = 0,45$$
 (m).

(b) On sait que : (DE)//(AB')Les points C', D, A et C', E, B' sont alignés dans le même ordre. D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{C'D}{C'A} = \frac{C'E}{C'B'} = \frac{DE}{AB'}$$

en remplaçant par les valeurs, on obtient :

$$\frac{0.45}{2.25} = \frac{DE}{0.8}$$

$$DE = \frac{0.8 \times 0.45}{2.25}$$

$$DE = \boxed{0.16 \ m}$$

(c) On sait que : (HI)//(AB')Les points C', H, A et C', I, B' sont alignés dans le même ordre. D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{C'H}{C'A} = \frac{C'I}{C'B'} = \frac{HI}{AB'}$$

en remplaçant par les valeurs, on obtient :

$$\frac{3 \times 0.45}{2.25} = \frac{\text{HI}}{0.8}$$

$$\text{HI} = \frac{1.35 \times 0.8}{2.25}$$

$$\text{HI} = \boxed{0.48 \ m}$$

Correction de l'exercice nº 8

~~~~~

- 1. Avec un rayon de  $6\,371+380$  l'orbite a une longueur de :  $p_{\text{orbite ISS}} = 2\times(6\,371+380)\times\pi = 2\times6\,751\pi = 13\,502\pi\approx42\,418 \text{ (km)}.$  La longueur de l'orbite de l'ISS est environ  $42\,400$  km arrondie à la centaine près.
- 2. (a) On dresse un tableau de proportionnalité :

| Distance | $27600~\mathrm{km}$ | $42400~\mathrm{km}$ |
|----------|---------------------|---------------------|
| Temps    | $60   \mathrm{min}$ | x                   |

ON a  $x \times 27\,600 = 60 \times 42\,400$ , d'où  $x = \frac{60 \times 42\,400}{27\,600} \approx 92{,}17 \text{ (min)}$ , soit 1 h 32 min et  $0{,}17 \times 60 \approx 10 \text{ (s)}$ .

Il faut donc environ 1 h 32 min à l'ISS pour effectuer un tour complet de la Terre.

- (b) Durée de sortie de Thomas Pesquet :
  - $21 \text{ h } 45 14 \text{ h } 30 = 7 \text{ h } 15 \text{ min, soit } 7 \times 60 + 15 = 420 + 15 = 435 \text{ (min)}.$

L'ISS met environ 92 minutes pour faire un tour complet de la Terre.

Or (division euclidienne de 435 par 92) :  $435 = 92 \times 4 + 67$ .

Thomas Pesquet a donc fait 4 tours complets de la terre durant sa sortie extravéhiculaire en restant attaché à l'ISS.

# ★Correction de l'exercice nº 9

• Une journée est composée de 24 heures, chacune composée de 60 minutes. Chaque minute est composée de 60 secondes.

Il y a donc  $24 \times 60 \times 60 = 86400$  secondes dans une journée, et donc, à raison d'une goutte par seconde, 86400 gouttes en une journée complète.

- En une semaine de 7 jours, il y a donc  $7 \times 86\,400 = 604\,800$  gouttes. Convertissons ce nombre de gouttes, en millilitres :  $86\,400 \div 20 = 4\,320\,\text{mL}$ , soit  $4,32\,\text{L}$ . Le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine est de  $7 \times 4,32 = 30,24\,\text{L}$ .
- Calculons le volume de la vasque.

La vasque a un diamètre intérieur de 40 cm, donc un rayon de 20 cm.

 $V_{\text{vasque}} = \pi \times 20^2 \times 15 = 6\,000\pi \approx 18\,849,6\,\text{cm}^3$ , soit 18,849 6 dm<sup>3</sup>, donc 18,8496 L, donc, au centilitre près, on a bien environ 18,85 L.

• Oui, la vasque va déborder, puisque le volume d'eau qui fuit est de 30,24 L, largement supérieur à la capacité de la vasque d'environ 18,85 L.

# <u>★ Correction de l'exercice nº 10</u>

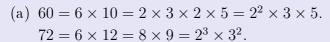
1. • Les parties rectilignes : six segments, [CB], [AL], [KJ], [IH], [GF] et [ED] d'une longueur de :

120 + 60 + 60 + 90 + 60 + 90 = 480 (m).

- Les parties en arc de cercle :
- deux demi-cercles de rayon 60, soit un cercle de rayon 60, de longueur  $2 \times \pi \times 60 = 120\pi$  (m);
- quatre quarts de cercle de rayon 30 (m), soit un cercle de rayon 30, d'où une longueur de  $2 \times \pi \times 30 = 60\pi$  (m).

La longueur totale de la piste est donc égale à :  $480 + 120\pi + 60\pi = 480 + 180\pi \approx 480 + 565,487 \approx 1045,49$ , soit 1045 (m) à l'unité près.

- 2. 1045 m en 72 s représente une vitesse moyenne de  $\frac{1045}{72} \approx 17,42 \text{ (m/s)}$
- 3. En 1 heure il parcourt donc  $\frac{1045}{72} \times 3\,600 = 52\,250$  (m/h) soit 52,25 (km/h) : il respecte les règles de sécurité.
- 4. On rappelle que le professionnel effectue un tour en 60 s et l'amateur en 72 s.



- (b) Ils se retrouveront ensemble au bout d'un nombre de secondes multiple commun à 60 et 72; le plus petit petit multiple commun à 60 et 72 contient tous leurs facteurs premiers soit  $2^3 \times 3^2 \times 5 = 72 \times 5 = 360$  (s) soit  $\frac{360}{60} = 6$  (min).
- (c) Au bout de 6 min = 360 s le professionnel aura fait  $\frac{360}{60} = 6$  (tours) et l'amateur  $\frac{360}{72} = 5$  (tours).