

Chapitre 11

Arithmétique

I Divisibilité

 Définition :

Soient a et b deux nombres entiers positifs avec $b \neq 0$. Effectuer la **division euclidienne** de a par b , c'est trouver deux nombres q et r tels que : $a = b \times q + r$ et $0 \leq r < b$.

 Exemple :

Posons $365 \div 8$.
 $365 = 8 \times 45 + 5$

 Définition :

Soient a et b deux nombres entiers positifs avec $b \neq 0$. On dit que b est un **diviseur** de a s'il existe un nombre k tel que $a = b \times k$.

 Remarques :

- Dire que b est un **diviseur** de a revient à dire que a est dans la table de b .
- Dans ce cas on dit que a est un **multiple** de b .
- On dit aussi que a est **divisible** par b .



crible d'Eratosthène

 Exemples :

- 15 est divisible par 5.
- 5 est un diviseur de 15.
- 15 est un multiple de 5.

 Définition :

On dit qu'un nombre est **premier** s'il admet exactement deux diviseurs distincts, 1 et lui-même.

 Exemples :

Les nombres 37 et 41 sont des nombres premiers. Le nombre 1 n'est pas premier.



exo 1

II Décomposition en facteurs premiers

Théorème

Tout nombre entier strictement positif se décompose en produit de facteurs premiers.
De plus cette décomposition est unique à l'ordre près des facteurs.

Démonstration : admise

□



Exemple :

Décomposons le nombre 350.

$$\begin{aligned} 350 &= 2 \times 175 \\ &= 2 \times 5 \times 35 \\ &= 2 \times 5 \times 5 \times 7 \\ &= 2 \times 5^2 \times 7 \end{aligned}$$



Remarque :

Le nombre 1 est le produit d'aucun nombre premier et par convention un produit vide est égal à 1.



exo 2

III Simplification de fractions



Définition :

Simplifier une fraction signifie trouver une fraction qui lui soit égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.



Exemples :

$$\begin{aligned} \frac{8}{12} &= \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{2}{3} \\ \frac{21}{35} &= \frac{21 \div 7}{35 \div 7} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$



exo 3

 **Remarque :**

On peut utiliser la décomposition en facteurs premiers du numérateur et du dénominateur pour simplifier rapidement une fraction.

 **Exemple :**

$$\frac{45}{60} = \frac{\cancel{3} \times 3 \times \cancel{5}}{2 \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{5}} = \frac{3}{4}$$



exo 4, 5, 6