Chapitre 7

Les puissances

act 1 p 76

I Puissances d'un nombre

I.1 Exposant positif

Définition :
Soient a un nombre et n un nombre entier non nul.

$$a^n = \underbrace{a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Remarques :
- a^n se lit « a exposant n ».
- a^n est une puissance de a.
- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$ si $a \neq 0$.

Exemples :
- $5^2 = 5 \times 5 = 25$
- $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
- $(-2)^5 = -2 \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

Remarque :
Les deux nombres -2^4 et $(-2)^4$ ne sont pas égaux.
$-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$, alors que
$(-2)^4 = -2 \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$.

Proposition :
La puissance d'un nombre d'exposant pair est positive.

Démonstration : *vue en classe.*

□

ex 1 p 80, ex 2 p 80 , ex 4 p 80

I.2 Exposant négatif

Définition :
Soient a un nombre et n un nombre entier, tous les deux non nuls.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples :

- $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{64}$
- $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{81}$
- $(-2)^{-5} = \frac{1}{(-2)^5} = \frac{1}{-2 \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)} = \frac{1}{-32}$

ex 7 p 80, ex 9 p 80, ex 15 p 81

Proposition :
Soient a un nombre et n un nombre entier, tous les deux non nuls.
Les nombres a^n et a^{-n} sont des nombres inverses.

Démonstration :

$$\begin{aligned} a^n \times a^{-n} &= a^n \times \frac{1}{a^n} \\ &= \frac{\underbrace{a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}}{\underbrace{a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}} \end{aligned}$$

en simplifiant par les n a, on obtient

$$a^n \times a^{-n} = 1$$

□

II Puissances de 10

Propriété :
Soit n un nombre entier non nul.

- $10^n = \underbrace{10 \times \cdots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{0\ldots0}_{n \text{ zéros}}$.
- $10^{-n} = \underbrace{0,0\ldots0}_{n \text{ zéros}}1$ ou $= 0,\underbrace{0\ldots01}_{n \text{ chiffres}}$.

Exemples :

- $10^7 = 10\,000\,000$.
- $10^{-4} = \dfrac{1}{10^4} = \dfrac{1}{10\,000} = 0{,}000\,1$.

ex 19 p 82, ex 21 p 82, ex 20 p 82, ex 18 p 82

II.1 Les préfixes

Voici une liste de préfixes pour une unité donnée.

Les multiples		A connaître				
Préfixe	téra	giga	méga	kilo	hecto	déca
Notation	T	G	M	k	h	da
Puissance de 10	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1

Les sous-multiples	A connaître					
Préfixe	déci	centi	milli	micro	nano	pico
Notation	d	c	m	μ	n	ρ
Puissance de 10	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Exemples :

— Une carte mémoire de 4 Go (gigaoctet) correspond à 4 000 000 000 octets soit 4 000 Mo (mégaoctet).

— Si on grossit au microscope 10 000 fois la taille d'une cellule d'un micromètre de diamètre, on aura :

$$\begin{aligned} 10^4 \times 10^{-6} &= \frac{\cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10}}{\cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10} \times 10 \times 10} \\ &= \frac{1}{10^2} \\ &= 10^{-2} \end{aligned}$$

La cellule aura un diamètre d'un centimètre.

ex 34 p 83 ; ex 31 p 83, ex 69 p 87

II.2 Écriture scientifique

Définition :
L'écriture scientifique d'un nombre est de la forme $a \times 10^n$, où $1 \leq a < 10$ et n est un nombre entier relatif.

Exemples :

- $45\,600\,000 = 456 \times 10^5$ → ce n'est pas l'écriture scientifique.
  $45\,600\,000 = \underline{4,56 \times 10^7}$ → c'est l'écriture scientifique.
- $0{,}000\,032 = 0,32 \times 10^{-4}$ → ce n'est pas l'écriture scientifique.
  $0{,}000\,032 = \underline{3,2 \times 10^{-5}}$ → c'est l'écriture scientifique.

ex 36 p 84, 52 p 85 ; ex 80 p 88 ; ex 93 p 91

