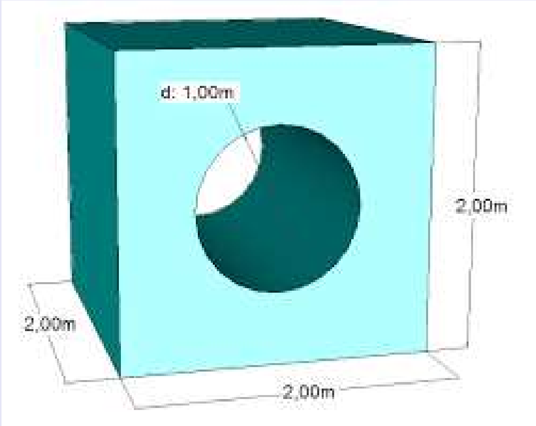
Chapitre 12

Exercices

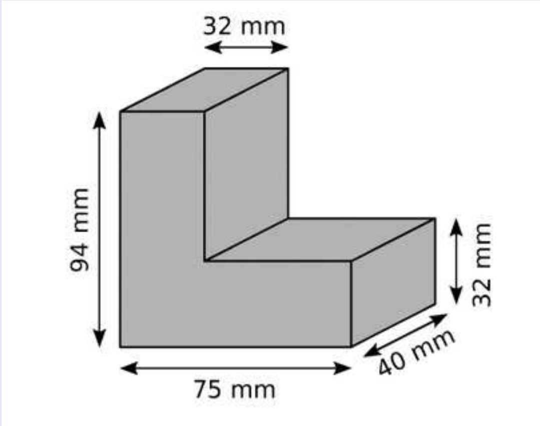
Exercice n° 1

Calculer le volume de ce solide.



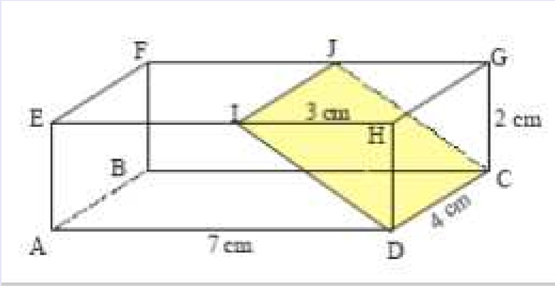
Exercice n° 2

Calculer le volume de ce solide.

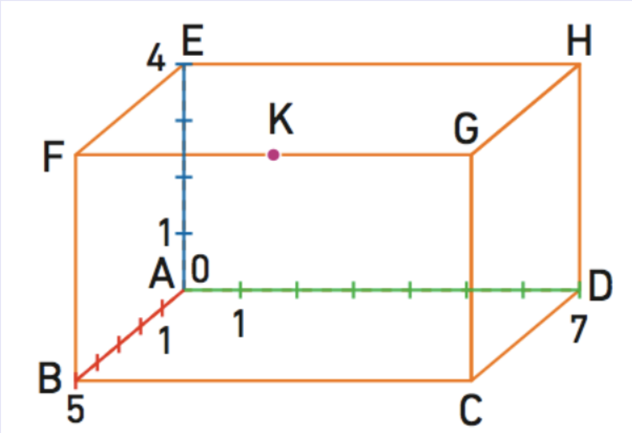


Exercice n° 3

1. Calculer le volume du prisme $CJIDHG$.
2. Si on agrandit ce prisme en multipliant ses dimensions par 5, quel est son volume ?



Exercice n° 4



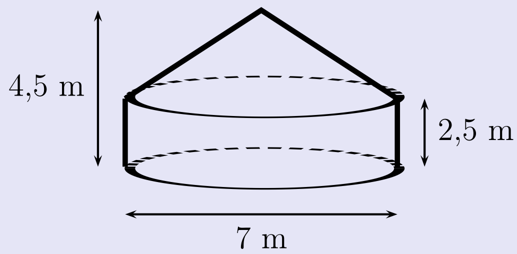
K est le milieu du segment $[FG]$.

1. Donner les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H, K.
2. Quelle est la longueur du segment $[AD]$?
3. Quelle est la longueur du segment $[AH]$?

Exercice n° 5

Samia vit dans un appartement dont la surface au sol est de 35 m^2.
Elle le compare avec une yourte, l'habitat traditionnel mongol.

On modélise cette yourte par un cylindre et un cône.



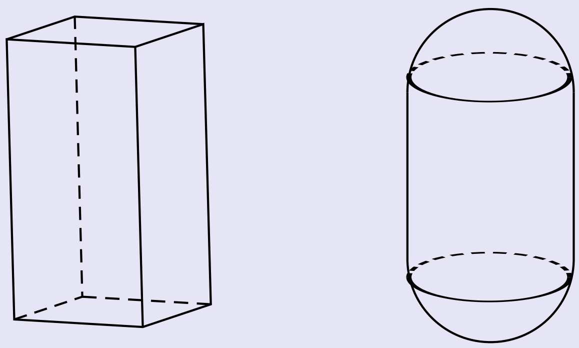
On rappelle les formules suivantes :
Aire du disque $= \pi \times \text{rayon}^2$
Volume du cylindre $= \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$
Volume du cône $= \frac{1}{3}\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$

1. Montrer que l'appartement de Samia offre une plus petite surface au sol que celle de la yourte.
2. Calculer le volume de la yourte en m^3.
3. Samia réalise une maquette de cette yourte à l'échelle $\frac{1}{25}$.
   Quelle est la hauteur de la maquette ?

Source : DNB Asie 2018

Exercice n° 6

Sur un parking, une commune veut regrouper 6 conteneurs à déchets du même modèle A ou B. Les deux modèles sont fabriqués dans le même matériau qui a partout la même épaisseur.



— le conteneur A est un pavé droit à base carrée de côté 1 m, et de hauteur 2 m

— le conteneur B est constitué de deux demi-sphères de rayon $0,58$ m et d'un cylindre de même rayon et de hauteur $1,15$ m

1. (a) Vérifie que les 2 conteneurs ont pratiquement le même volume.
   (b) Quels peuvent être les avantages du conteneur A ?
2. On souhaite savoir quel est le conteneur le plus économique à fabriquer.
   (a) Calcule l'aire totale des 6 faces du conteneur A.
   (b) Vérifie que, pour le conteneur B, l'aire totale, arrondie à 0,1 m^2 près, est 8,4 m^2.
   (c) Quel est le conteneur le plus économique à fabriquer ? Justifie ta réponse.

Formulaire :

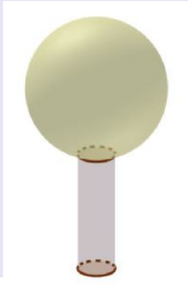
b = base ; c = côté ; L = longueur ; l = largeur ; h = hauteur ; r = rayon

Aire d'un rectangle	Aire d'un carré	Aire d'un triangle
$L \times l$	$c \times c$	$\frac{bxh}{2}$
Aire d'un disque	Aire latérale d'un cylindre	Aire d'une sphère
πr^2	$2\pi rh$	$4\pi r^2$
Volume d'un pavé droit	Volume d'un cylindre	Volume d'une sphère
$L \times l \times h$	$\pi r^2 \times h$	$\frac{4}{3}\pi r^3$

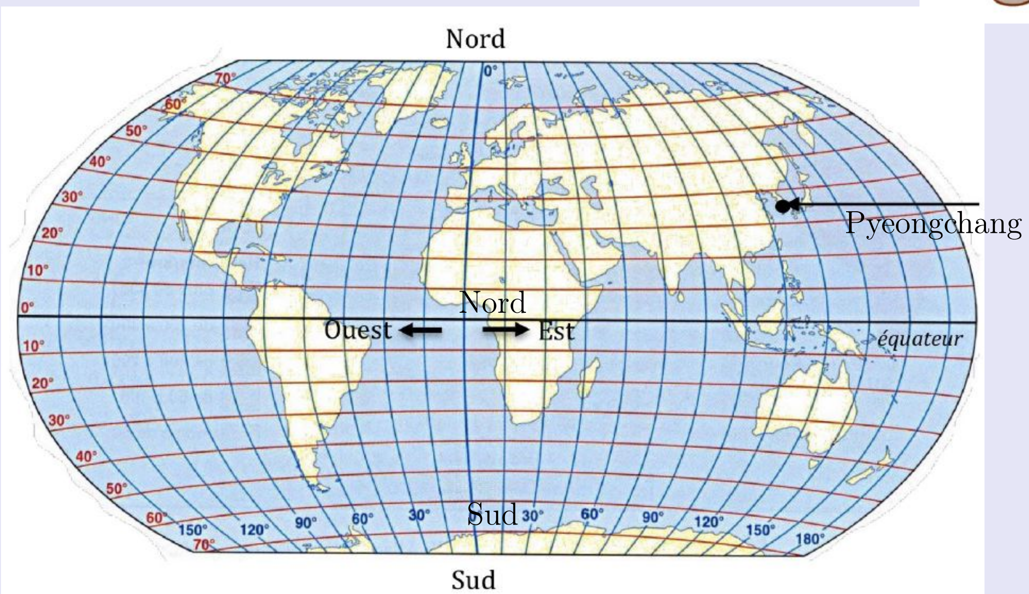
Source : DNB Polynésie 2013

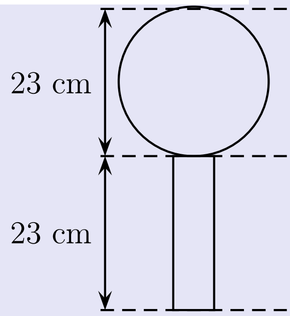
Exercice n° 7

Le gros globe de cristal est un trophée attribué au vainqueur de la coupe du monde de ski.
Ce trophée pèse 9 kg et mesure 46 cm de hauteur.



1. Le biathlète français Martin Fourcade a remporté le sixième gros globe de cristal de sa carrière en 2017 à Pyeongchang en Corée du Sud.
   Donner approximativement la latitude et la longitude de ce lieu repéré sur la carte ci-dessous.





1. On considère que ce globe est composé d'un cylindre en cristal de diamètre 6cm, surmonté d'une boule de cristal. Voir schéma ci -contre. Montrer qu'une valeur approchée du volume de la boule de ce trophée est de 6371 cm^3.
2. Marie affirme que le volume de la boule de cristal représente environ 90 % du volume total du trophée.
   A-t-elle raison ?

Rappels :
volume d'une boule de rayon R : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$
volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h : $V = \pi r^2 h$.

Source : DNB Métropole 2018

Exercice n° 8

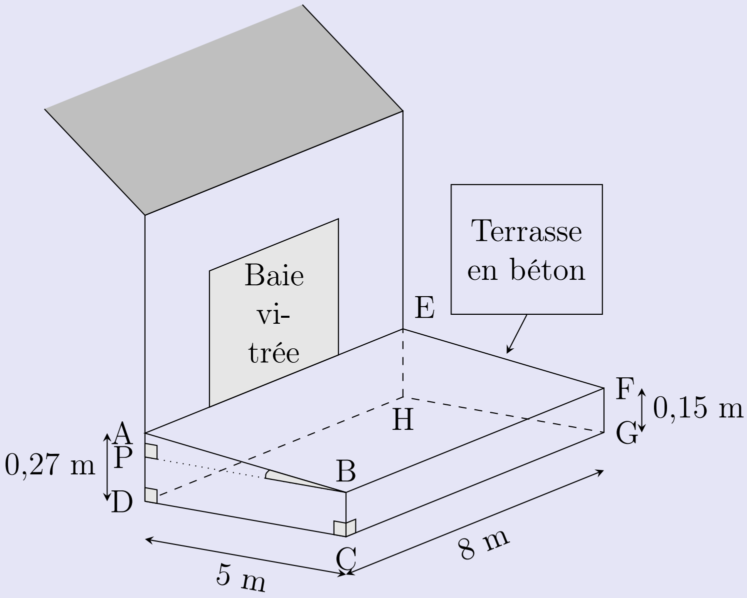
Madame Martin souhaite réaliser une terrasse en béton en face de sa baie vitrée.

Elle réalise le dessin ci-contre.

Pour faciliter l'écoulement des eaux de pluie, le sol de la terrasse doit être incliné.

La terrasse a la forme d'un prisme droit dont la base est le quadrilatère ABCD et la hauteur est le segment [CG].

P est le point du segment [AD] tel que BCDP est un rectangle.



1. L'angle $\widehat{ABP}$ doit mesurer entre 1° et $1{,}5^\circ$.
   Le projet de Madame Martin vérifie-t-il cette condition ?
2. Madame Martin souhaite se faire livrer le béton nécessaire à la réalisation de sa terrasse. Elle fait appel à une entreprise spécialisée.

   À l'aide des informations contenues dans le tableau ci-dessous, déterminer le montant de la facture établie par l'entreprise.

   On rappelle que toute trace de recherche, même incomplète, pourra être prise en compte dans l'évaluation

Information 1 Distance entre l'entreprise et la maison de Madame Martin : 23 km
Information 2 **Formule du volume d'un prisme droit** Volume d'un prisme droit = Aire de la base du prisme × hauteur du prisme
Information 3 **Conditions tarifaires de l'entreprise spécialisée** — Prix du m^3 de béton : 95 €. — Capacité maximale du camion-toupie : 6 m^3. — Frais de livraison : 5 € par km parcouru par le camion-toupie. — L'entreprise facture les distances aller et retour (entreprise / lieu de livraison) parcourues par le camion-toupie.

Source : DNB Amérique du Nord 2018

Chapitre 12

Correction

Correction de l'exercice n° 1

$$\begin{aligned}\mathcal{V} &= 2^3 - \left(\pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 2\right) \\ &= 8 - 0,5\pi \\ &\approx \boxed{6,43\ m^3}\end{aligned}$$

Correction de l'exercice n° 2

Plusieurs découpages sont possibles, ici je propose de découper dans le sens de la hauteur.

$$\begin{aligned}\mathcal{V} &= 94 \times 32 \times 40 + (75 - 32) \times 40 \times 32 \\ &= \boxed{175\ 360\ mm^3}\end{aligned}$$

Correction de l'exercice n° 3

1. Ici les bases du prisme sont les triangles CJG et DIH.

$$\begin{aligned}\mathcal{V} &= \mathcal{A}_{DIH} \times CD \\ &= \frac{3 \times 2}{2} \times 4 \\ &= \boxed{12\ cm^3}\end{aligned}$$

2. Si on agrandit ce prisme en multipliant ses dimensions par 5, son volume sera multiplié par 5^3. Donc $\boxed{\mathcal{V} = 1\ 500\ cm^3}$

Correction de l'exercice n° 4

1. L'ordre des coordonnées est important.
   $A(0;0;0)$; $B(5;0;0)$; $C(5;7;0)$; $D(0;7;0)$; $E(0;0;4)$; $F(5;0;4)$; $G(5;7;4)$; $H(0;7;4)$; $K(5;3,5;4)$.
2. $AD = 7$.
3. On sait que : DAH est un triangle rectangle en D.
   D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AH^2 = DA^2 + DH^2$$

en remplaçant par les valeurs, on obtient :

$$AH^2 = 7^2 + 4^2$$
$$AH^2 = 65$$
$$AH = \sqrt{65}$$
$$AH \approx \boxed{8,06}$$

Correction de l'exercice nº 5

1. Aire de la base de la yourte : $\pi \times 3,5^2 \approx \boxed{38,48\ m^2}$ soit plus de 35 m^2.
2. Le volume de la yourte est la somme du volume du cylindre et de de celui du cône :

$$\begin{aligned} V_{\text{yourte}} &= \pi \times 3,5^2 \times 2,5 + \frac{1}{3} \times \pi \times 3,5^2 \times 2 \\ &= \pi \times 3,5^2 \left(2,5 + \frac{2}{3}\right) \\ &\approx 121,868\ m^3 \end{aligned}$$

Soit environ $\boxed{122\ m^3}$ au m^3 près.

3. Les dimensions sont divisées par 25 : la hauteur de la maquette sera donc de $\frac{4,5}{25} = 0,18$ m soit $\boxed{18\ cm}$.

Correction de l'exercice nº 6

1. (a) Volume du conteneur A : $1 \times 1 \times 2 = 2$ m^3.

   Volume du conteneur B : $\pi \times 0,58^2 \times 1,15 + \frac{4}{3}\pi \times 0,58^3 \approx 2,03$ m^3.

   (b) A est plus facile à fabriquer, plus facile à nettoyer, plus stable que B.
2. (a) A a deux faces carrées de 1 m^2, et quatre faces de 2 m^2, soit une aire totale de $\boxed{10\ m^2}$.

   (b) L'aire de la sphère (réunion des demi-sphères) est égale à :
   $4\pi \times 0,58^2 \approx 4,227 \approx \underline{4,2\ m^2}$.
   L'aire latérale du cylindre est égale à
   $2\pi \times 0,58 \times 1,15 \approx \underline{4,191\ m^2}$.
   L'aire du conteneur B est donc à peu près 4,227 + 4,191 = 8,418 m^2 soit environ $\boxed{8,4\ m^2}$.

   (c) Les deux conteneurs sont faits avec le même matériau de même épaisseur. Il faut donc moins de matériau pour fabriquer le conteneur B.

Correction de l'exercice n° 7

1. Coordonnées de Peyongchang : 130°E ; 35°N
2. On sait que : $R = 11,5$ cm

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \pi \times 11,5^3 \\ &\approx \boxed{6371\text{cm}^3} \end{aligned}$$

3. Calculons le volume du socle

$$\begin{aligned} v &= \pi r^2 \times H \\ &= \pi \times 32 \times 23 \\ &\approx \underline{650\ cm^3} \end{aligned}$$

Volume du trophée $= V + v \approx 6371 + 650 = \underline{7021\ \text{cm}^3}$.

Or $\dfrac{6371}{7021} \approx 0,907$ soit environ $\boxed{91\,\%}$. Marie a raison.

Correction de l'exercice n° 8

1. Dans le triangle ABP rectangle en P, on a BP = 5
   $[BP]$ côté adjacent à l'angle $\widehat{\text{ABP}}$
   AP = AD − PD = AD − FG = 0, 27 − 0, 15 = 0, 12
   $[AP]$ côté opposé à l'angle $\widehat{\text{ABP}}$.
   On a donc par définition : $\tan \widehat{\text{ABP}} = \dfrac{\text{AP}}{\text{BP}} = \dfrac{0,12}{5} = 0,024$.
   Avec la calculatrice on obtient $\widehat{\text{ABP}} \approx \boxed{1,37°}$. La condition est vérifiée.
2. • Le volume de la terrasse est celle d'un prisme droit de base ABCD et de hauteur [CG]. Son volume est donc égal à

$$\left(5 \times 0,15 + \frac{5 \times 0,12}{2}\right) \times 8 = 5 \times 1,2 + 2,4 = \underline{8,4\ \text{m}^3}.$$

   • Il faudra donc que le camion-toupie vienne 2 fois, ce qui représente une distance parcourue de $4 \times 23 = \underline{92\ \text{km}}$.
   L'entreprise facturera donc :
   – pour le béton : $8,4 \times 95 = \underline{798\ €}$;
   – pour le transport $92 \times 5 = \underline{460\ €}$ soit une facture totale de :
   $798 + 460 = \boxed{1258\ €}$.

