Chapitre 11

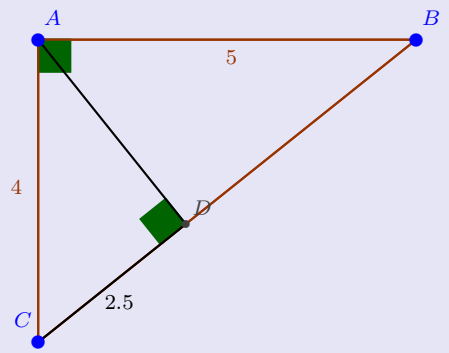
Exercices

A faire

Chacun choisit les exercices qu'il souhaite travailler, sans oublier les passages obligatoires ✍ et les validations ☝.

Exercice n° 1

Introduction

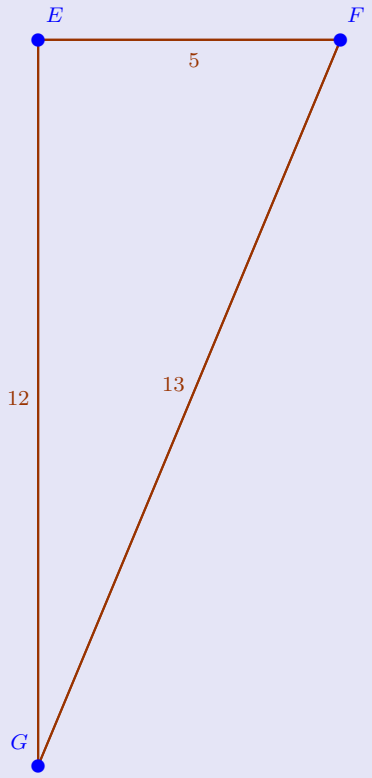


On considère la figure ci-contre.
L'unité est le centimètre.

1. Calculer BC.
2. Calculer AD.
3. Calculer DB.

Exercice n° 2

Introduction



On considère la figure ci-contre.
L'unité est le décimètre.

Quelle est est la nature du triangle ?

M.Drillet

Exercice n° 3

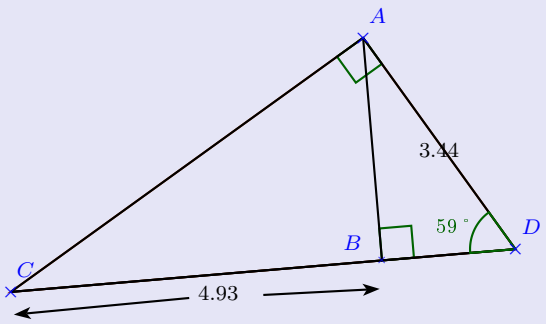
Basique

1. MQK est un triangle rectangle en M tel que :
   $MQ = 4{,}9\ cm$ et $\widehat{MKQ} = 40°$.
   Calculer la longueur MK, arrondie au dixième.

2. RHA est un triangle rectangle en H tel que :
   $HR = 5{,}3\ cm$ et $AR = 10{,}3\ cm$.
   Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HAR}$, arrondie au dixième.

Source : Pyromaths

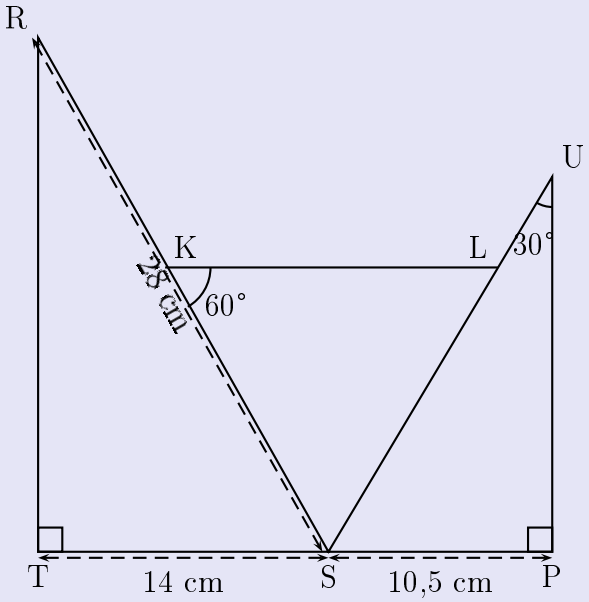
Exercice n° 4



On considère la figure ci-contre dans laquelle l'unité est l'hectomètre.

1. Calculer la longueur AB. *On donnera un arrondi au centième près.*
2. Calculer l'angle $\widehat{BAC}$.
3. Calculer le périmètre de ACD.

Exercice n° 5



Données :
TSR et SPU sont des triangles rectangles respectivement en T et en P.
TS = 14 cm
SP = 10,5 cm
RS = 28 cm
$\widehat{SKL} = 60°$; $\widehat{SUP} = 30°$
Les points T, S et P sont alignés
Les points R, K et S sont alignés
Les points S, L et U sont alignés

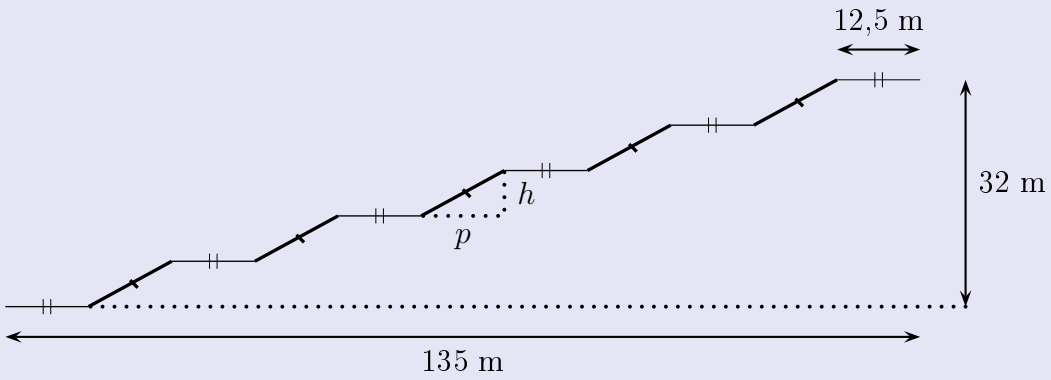
1. Montrer que la mesure de l'angle $\widehat{TSR}$ est 60°.
2. Démontrer que les triangles SRT et SUP sont semblables
3. Déterminer le coefficient de réduction liant les triangles SRT et SUP.
4. Calculer la longueur SU.
5. Quelle est la nature du triangle SKL ? A justifier.

Source : DNB Grèce 2019

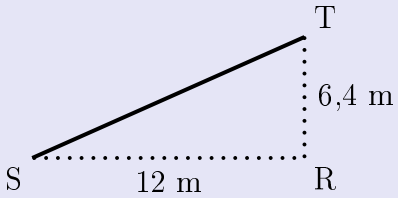
M.Drillet

Exercice n° 6

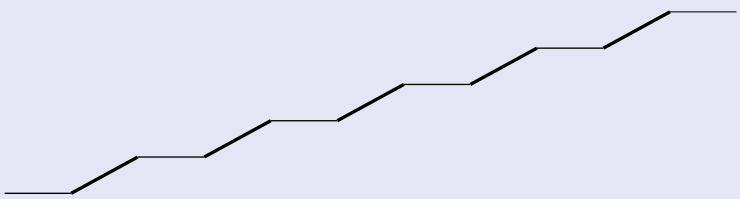
Le centre Pompidou est un musée d'art contemporain à Paris. Pour accéder aux étages, il faut utiliser un ensemble d'escalators extérieurs appelé « chenille ».
La chenille est composée de 5 escalators tous identiques (traits épais sur la figure ci-dessous) et de 6 passerelles horizontales toutes identiques (traits fins horizontaux sur la figure ci-dessous).



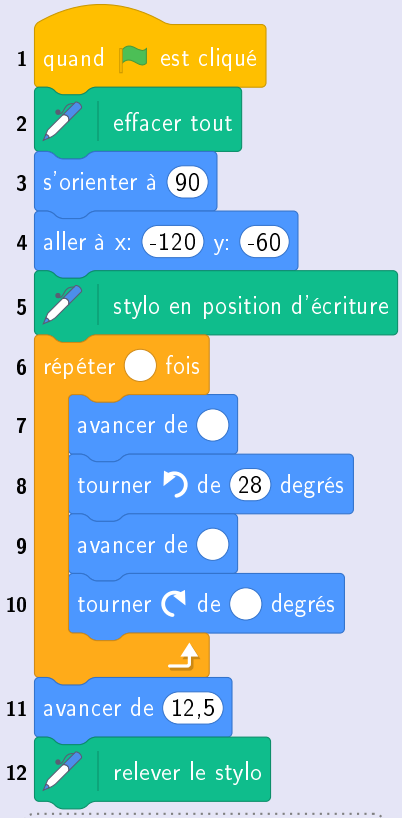
1. À l'aide de la figure ci-dessus :
   (a) Vérifier que la profondeur p de chaque escalator est égale à 12 m
   (b) Calculer la hauteur h de chaque escalator
2. À l'aide du triangle RST ci-contre :
   (a) Prouver que la longueur ST d'un escalator est de 13,6 m.
   (b) Montrer que la mesure de l'angle formé par l'escalator avec l'horizontale (c'est-à-dire l'angle $\widehat{RST}$) arrondie au degré est de 28°.



3. Sabine veut représenter la chenille grâce au logiciel Scratch. Elle a écrit le programme qui est donné ci-contre. On précise que : 1 pas du logiciel correspond à 1 m dans la réalité. Compléter les lignes 6, 7, 9, et 10, afin d'obtenir le tracé ci-dessous de la chenille :



Rappel : « S'orienter à 90 » signifie que l'on est orienté vers la droite

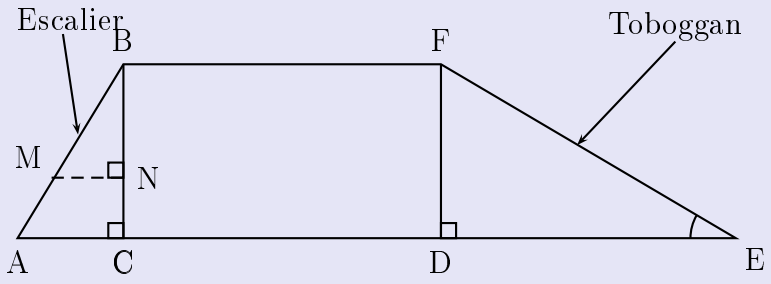


Source : DNB 2022 Polynésie

Exercice n° 7 — **Énoncé** — ★☆

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Une famille souhaite installer dans son jardin une cabane.
La partie inférieure de cette cabane est modélisée par le rectangle BCDF :



On précise que :

- AB = 1,3 m ;
- AC = 0,5 m ;
- BC = DF = 1,2 m ;
- DE = 2,04 m ;
- Les triangles ABC, BMN et FDE sont rectangles.

Source : DNB 2023 Centres Étrangers

Exercice n° 7 — **Partie A : Étude du toboggan** — ★☆

1. Pour que le toboggan soit sécurisé, il faut que l'angle $\widehat{DEF}$ mesure 30°, au degré près.
   Le toboggan de cette cabane est-il sécurisé ?
2. Montrer que la rampe du toboggan, EF, mesure environ 2,37 m.

Source : DNB 2023 Centres Étrangers

Exercice n° 7 — **Partie B : Étude de l'échelle** — ★☆

Pour consolider l'échelle, on souhaite ajouter une poutre supplémentaire [MN], comme indiqué sur le modèle.

1. Démontrer que les droites (AC) et (MN) sont parallèles.
2. On positionne cette poutre [MN] telle que BN = 0,84 m. Calculer sa longueur MN.

Source : DNB 2023 Centres Étrangers

Exercice n° 7 — **Partie C : Étude du bac à sable** ★☆

Un bac à sable est installé sous la cabane. Il s'agit d'un pavé droit dont les dimensions sont :
- Longueur : 200 cm
- Largeur : 180 cm
- Hauteur : 20 cm

1. Calculer le volume de ce bac à sable en cm^3.
2. On admet que le volume du bac à sable est de 0,72 m^3.

   On remplit entièrement ce bac avec un mélange de sable à maçonner et de sable fin dans le ratio 3 : 2.

   Vérifier que le volume nécessaire de sable à maçonner est de 0,432 m^3 et que celui de sable fin est de 0,288 m^3.
3. Un magasin propose à l'achat le sable à maçonner et le sable fin, vendus en sac.D'après les indications ci-dessous, quel est le coût total du sable nécessaire pour remplir entièrement ce bac à sable sachant qu'on ne peut acheter que des sacs entiers ?

Un sac de sable à maçonner :	Un sac de sable fin :
Poids : 35 kg	Poids : 25 kg
Volume : 0,022 m^3	Volume : 0,016 m^3
Prix : 2,95 €	Prix : 5,95 €

Source : DNB 2023 Centres Étrangers

M.Drillet

Chapitre 11

Correction

Correction de l'exercice n° 1

1. On sait que : ABC est un triangle rectangle en A.
   D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

   en remplaçant par les valeurs, on obtient :

$$\begin{aligned} BC^2 &= 5^2 + 4^2 \\ BC^2 &= 41 \\ BC &= \sqrt{41} \\ BC &\approx 6{,}4cm \end{aligned}$$

2. On sait que : DAC est un triangle rectangle en D.
   D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^2 = DA^2 + DC^2$$

   en remplaçant par les valeurs, on obtient :

$$\begin{aligned} 4^2 &= DA^2 + 2{,}5^2 \\ DA^2 &= 16 - 6{,}25 = 9{,}75 \\ DA &= \sqrt{9.75} \\ DA &\approx 3{,}1cm \end{aligned}$$

3. $DB \approx 6{,}4 - 2{,}5 = 3{,}9$ cm

Correction de l'exercice n° 2

D'une part : $FG^2 = 13^2 = 169$

D'autre part : $EF^2 + EG^2 = 5^2 + 12^2 = 169$

▷Donc $FG^2 = EF^2 + EG^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on conclut que le triangle EFG est rectangle en E.

M.Drillet

Correction de l'exercice n° 3

1. Dans le triangle MQK rectangle en M,

$$\tan \widehat{MKQ} = \frac{MQ}{MK}$$

$$\tan 40 = \frac{4{,}9}{MK}$$

$$\boxed{MK = \frac{4{,}9}{\tan 40} \simeq 5{,}8\ cm}$$

2. Dans le triangle RHA rectangle en H,

$$\sin \widehat{HAR} = \frac{HR}{AR}$$

$$\sin \widehat{HAR} = \frac{5{,}3}{10{,}3}$$

$$\boxed{\widehat{HAR} = \sin^{-1}\left(\frac{5{,}3}{10.3}\right) \simeq 31°}$$

Correction de l'exercice n° 4

1. On sait que le triangle BDA est rectangle en B.
   Donc

$$\sin(\widehat{BDA}) = \frac{BA}{DA}$$

en remplaçant par les valeurs, on obtient :

$$\sin(59\,^\circ) = \frac{AB}{3{,}44}$$
$$AB = 3{,}44 \times \sin(59\,^\circ)$$
$$AB \approx \underline{2{,}95\ hm}$$

2. $\widehat{BAD} = 90 - 59 = 31\,^\circ$ donc $\widehat{BAC} = 90 - 31 = \underline{59}\,^\circ$.
3.
   - <u>Calcul de BD</u> :
     On sait que le triangle BDA est rectangle en B.
     Donc

$$\cos(\widehat{BDA}) = \frac{BD}{DA}$$

en remplaçant par les valeurs, on obtient :

$$\cos(59\,^\circ) = \frac{BD}{3{,}44}$$
$$BD = 3{,}44 \times \cos(59\,^\circ)$$
$$BD = \approx \underline{1{,}77\ hm}$$

   - <u>Calcul de AC</u> :
     On sait que le triangle ADC est rectangle en A.
     Donc

$$\tan(\widehat{ADC}) = \frac{AC}{AD}$$

en remplaçant par les valeurs, on obtient :

$$\tan(59\,^\circ) = \frac{AC}{3{,}44}$$
$$AC = 3{,}44 \times \tan(59\,^\circ)$$
$$AC = \approx \underline{5{,}73\ hm}$$

- Calcul de CD :
  $CD \approx 4{,}93 + 1{,}77 = \underline{6{,}7\ hm}$
- Donc $\mathcal{P}_{ACD} \approx 3{,}44 + 5{,}73 + 6{,}7 = \boxed{15{,}87\ hm}$.

Correction de l'exercice n° 5

1. Dans le triangle RST rectangle en T, on a $\cos\widehat{\text{RST}} = \dfrac{\text{ST}}{\text{SR}} = \dfrac{14}{28} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$. On a donc $\widehat{\text{RST}} = 60°$.
2. Dans le triangle SUP, on a $\widehat{\text{PSU}} = 90 - 30 = 60°$, donc $\text{SU} = 2\text{SP} = 2 \times 10{,}5 = 21$.
   Or $\dfrac{\text{SP}}{\text{ST}} = \dfrac{10{,}5}{14} = \dfrac{105}{140} = \dfrac{5 \times 21}{5 \times 28} = \dfrac{5 \times 7 \times 3}{5 \times 7 \times 4} = \dfrac{3}{4}$ et
   $\dfrac{\text{SU}}{\text{SR}} = \dfrac{21}{28} = \dfrac{10{,}5}{14} = \dfrac{3}{4}$ (d'après le calcul précédent).
   Les côtés des triangles rectangles SRT et SUP sont donc proportionnels.
3. On a vu que le triangle SUP est une réduction du triangle SRT de coefficient $\dfrac{3}{4} = 0{,}75$.
4. On a déjà vu que $\text{SU} = 21$.
5. On a vu que $\widehat{\text{PSU}} = \widehat{\text{TSR}} = 60$ donc par supplément :
   $\widehat{\text{RSU}} = 180 - 60 - 60 = 60°$.
   Le triangle SKL a deux angles de 60° ; le troisième angle a pour mesure : $180-60-60 = 60$: le triangle SKL a donc trois angles de même mesure c'est donc un triangle équilatéral.

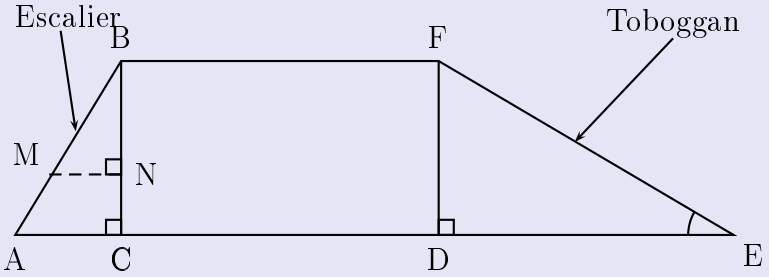
Correction de l'exercice n° 6

1. (a) $135 = 6 \times 12{,}5 + 5p$, soit $135 = 75 + 5p$, d'où en ajoutant -75 à chaque membre : $135 - 75 = 5p$ ou $60 = 5p$, c'est-à-dire $5 \times 12 = 5 \times p$, d'où $p = 12$ m.
   (b) On a 5 hauteurs de h pour un total de 32 m, soit : $5 \times h = 32$, d'où $h = \dfrac{32}{5} = \dfrac{64}{10} = 6{,}4$ (m).
   La hauteur de chaque escalator est de 6,4 m.
2. (a) Dans le triangle RST, rectangle en R on utilise le théorème de Pythagore, soit :
   $\text{ST}^2 = \text{SR}^2 + \text{RT}^2 = 12^2 + 6{,}4^2 + = 144 + 40{,}96 = 184{,}96$.
   D'où $\text{ST} = \sqrt{184{,}96} = 13{,}6$ m.
   (b) Dans le triangle RST rectangle en R on a d'après la trigonométrie :
   $\cos\widehat{\text{RST}} = \dfrac{\text{SR}}{\text{ST}} = \dfrac{12}{13{,}6} \approx 0{,}882$.
   La calculatrice donne $\widehat{\text{RST}} \approx 28{,}07$ soit 28° au degré près.
3. Script complété :

M.Drillet

```
1  quand [flag] est cliqué
2  effacer tout
3  s'orienter à 90
4  aller à x: -120 y: -60
5  stylo en position d'écriture
6  répéter 5 fois
7      avancer de 12,5
8      tourner ↺ de 28 degrés
9      avancer de 13,6
10     tourner ↻ de 28 degrés
       ↵
11 avancer de 12,5
12 relever le stylo
```

Correction de l'exercice n° 7



On précise que :

- AB = 1,3 m ;
- AC = 0,5 m ;
- BC = DF = 1,2 m ;
- DE = 2,04 m ;
- Les triangles ABC, BMN et FDE sont rectangles.

Partie A : Étude du toboggan

1. On a $\tan \widehat{DEF} = \dfrac{DF}{DE} = \dfrac{1{,}2}{2{,}04} \approx 0{,}588$.

   La calculatrice donne $\widehat{DEF} \approx 30{,}4$, soit 30 ° à l'unité près : le toboggan est sécurisé.

2. Dans le triangle DEF rectangle en D le théorème de Pythagore donne :
   $EF^2 = ED^2 + DF^2 = 1{,}2^2 + 2{,}04^2 = 5{,}601\,6$, d'où :
   $EF = \sqrt{5{,}601\,6} \approx 2{,}366 \approx 2{,}37$ au centième près.

Partie B : Étude de l'échelle

1. On sait que (MN) et (AC) sont perpendiculaires à (BC), or, lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles, on en déduit que (MN) et (AC) sont parallèles.
2. D'après le théorème de Thalès : $\frac{\text{BN}}{\text{BC}} = \frac{\text{MN}}{\text{AC}}$, soit $\frac{0{,}84}{1{,}2} = \frac{\text{MN}}{0{,}5}$, d'où $\text{MN} = 0{,}5 \times \frac{0{,}84}{1{,}2}$: $\frac{0{,}42}{1{,}2} = 0{,}35$ (m).

Partie C : Étude du bac à sable

Un bac à sable est installé sous la cabane. Il s'agit d'un pavé droit dont les dimensions sont :
- Longueur : 200 cm
- Largeur : 180 cm
- Hauteur : 20 cm

1. On a $V = 200 \times 180 \times 20 = 720\,000$ (cm^3)
2. En divisant le volume en 5 parties le sable à maçonner en occupe 3, soit :
   $0{,}72 \times \frac{3}{5} = 0{,}72 \times 0{,}6 = 0{,}432$ (m^3).
   Par différence ou en calculant les $\frac{2}{5}$ du volume total, le volume du sable fin est :
   $0{,}72 - 0{,}432 = 0{,}72 \times \frac{2}{5} = 0{,}72 \times 0{,}4 = 0{,}288$ (m^3).
3. On a $\frac{0{,}432}{0{,}022} \approx 19{,}6$: il faut donc acheter 20 sacs de sable à maçonner et comme $\frac{0{,}288}{0{,}016} = 18$: il faut donc acheter 18 sacs de sable fin.
   Le coût d'achat du sable est donc :
   $20 \times 2{,}95 + 18 \times 5{,}95 = 59 + 107{,}10 = 166{,}10$ (€).

 M.Drillet