

Les Fonctions Affines

Activités

I Définitions

Définition :

Une fonction affine est une fonction, qui à un nombre x , associe le nombre $ax + b$, où a et b sont des nombres donnés.

Exemples :

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = -6x + 2$; ici $a = -6$ et $b = 2$.
2. Soit g la fonction définie par $g : x \mapsto 5x - 8$; ici $a = 5$ et $b = -8$.



ex 15 p 124 , 14 p 124



Exercice : reconnaître

Remarques :

- Si $a = 0$, alors $f(x) = b$.
 f est une fonction affine particulière que l'on appelle **fonction constante**.
- Si $b = 0$, alors $f(x) = ax$.
 f est une fonction affine particulière que l'on appelle **fonction linéaire**.



ex 27 p 125, 75 p 132

II Propriétés

Théorème

Si f est une fonction affine (non constante), alors tout nombre admet un unique antécédent par f .

Démonstration : Soient y un nombre et $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$.

- Existence :

$$f\left(\frac{y-b}{a}\right) = a \times \frac{y-b}{a} + b = y - b + b = y$$

donc y admet un antécédent par f : $\frac{y-b}{a}$.

- Unicité : Supposons que x_1 et x_2 soient deux antécédent par f de y .


$$y = f(x_1) = a \times x_1 + b = a \times x_2 + b = f(x_2)$$

en retirant b dans chaque membres puis en simplifiant par a , on trouve que $x_1 = x_2$.

□

Exemple :

Soit h la fonction définie par $h(x) = -3x + 9$. Trouvons l'antécédent par h de 24.
 $h(-5) = -3 \times (-5) + 9 = 24$. Donc -5 est l'antécédent de 24 par h .

 Exercice : antécédent

Propriété :

Soit une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$. Soient x_1 et x_2 deux nombres distincts ($x_1 \neq x_2$). On a :

$$a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$$

Démonstration : Soient $f : x \mapsto ax + b$, x_1 et x_2 deux nombres.

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= ax_1 + b - (ax_2 + b) \\ &= ax_1 + b - ax_2 - b \\ &= a(x_1 - x_2) + b - b \\ &= a(x_1 - x_2) \end{aligned}$$

Si $x_1 \neq x_2$, alors


$$a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$$

□

Remarque :

Cette propriété signifie que les accroissements de x et de $f(x)$ sont proportionnels et le coefficient de proportionnalité est a .

 Vidéo : déterminer l'expression d'une fonction

 ex 30 p 126 , 31 p 126 , 43 p 127

III Représentations graphiques

Proposition :

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$ est une droite.

Démonstration : admise

□

Définition :

- Le nombre a est appelé le **coefficient directeur** de cette droite.
- Le nombre b est appelé l'**ordonnée à l'origine**.

Exemple :

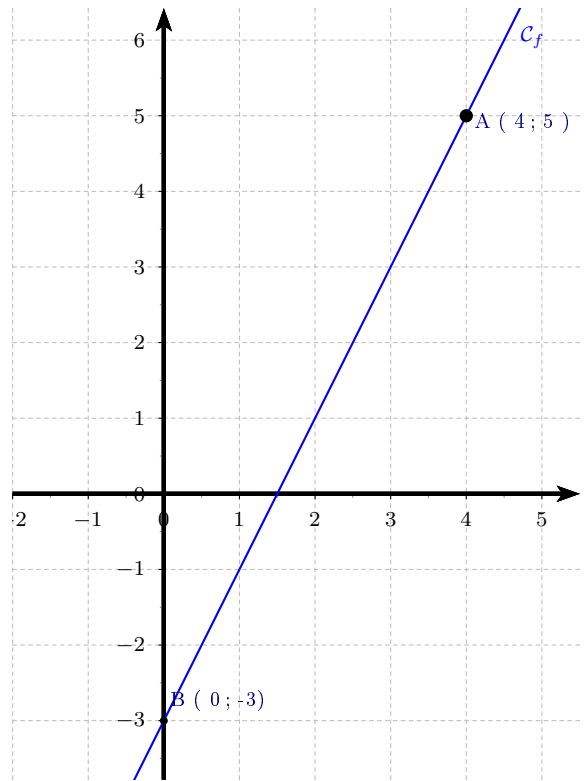
Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = 2x - 3.$$

Calculons l'image de deux nombres :

$$f(0) = 2 \times 0 - 3 = -3$$

$$f(4) = 2 \times 4 - 3 = 5$$



Remarque :

Pour tracer la représentation graphique d'une fonction affine, il suffit de trouver deux points de la droite, c'est à dire calculer l'image de deux nombres.

Pour simplifier les calculs, on peut choisir 0 (l'image sera b).

 Vidéo : représenter une fonction  Vidéo : point sur une droite

 Vidéo : déterminer graphiquement l'expression

 Exercice : lire sur des fonctions quelconques



ex 21 p 125, 16 p 124, 20 p 124, 64 p 130