

Chapitre 7

Les fonctions linéaires



ex 1 p 122

I Définitions

**Définition :**

Une fonction **linéaire** est une fonction qui à un nombre x associe le nombre ax , où a est un nombre donné.

Le nombre a s'appelle le **coefficient** de la fonction.



ex 3 p 122, 50 p 128

**Proposition :**

Un tableau de valeur d'une fonction linéaire est un tableau de proportionnalité.

Démonstration : en exercice

□

**Exemple :**

Considérons la fonction $f : x \mapsto 4x$.

x	-3	2	5
f(x)	-12	8	20



ex 5 p 122 ; ex 25 p 145 ; ex 1 p 156

II Propriétés

Théorème

Si f est une fonction linéaire (non nulle), alors tout nombre admet un unique antécédent par f .

Démonstration : Soient y un nombre et $f(x) = ax$ avec $a \neq 0$.

- Existence :

$$f\left(\frac{y}{a}\right) = a \times \frac{y}{a} = y$$

donc y admet un antécédent par $f : \frac{y}{a}$.

- Unicité : Supposons que x_1 et x_2 soient deux antécédent par f de y .

$$y = f(x_1) = a \times x_1 = a \times x_2 = f(x_2)$$

en simplifiant par a , on trouve que $x_1 = x_2$.

**Exemple :**

Soit g la fonction définie par $g(x) = 2x$. Le nombre 20 a pour antécédent par g 10.
L'équation $g(x) = 5$ admet une unique solution $x = 2,5$.



ex 53 p 128

Propriété n° 1 :

Si f est une fonction linéaire, alors pour tous nombres x_1 et x_2 , on a $f(x_1) + f(x_2) = f(x_1 + x_2)$.

Démonstration : Soient x_1 et x_2 deux nombres et $f(x) = ax$.

$$\begin{aligned} f(x_1) + f(x_2) &= a \times x_1 + a \times x_2 \\ &= a(x_1 + x_2) \\ &= f(x_1 + x_2) \end{aligned}$$

**Propriété n° 2 :**

Si f est une fonction linéaire, alors pour tous nombres x et k , on a $kf(x) = f(kx)$.

Démonstration : Soient x et k deux nombres et $f(x) = ax$.

$$\begin{aligned} kf(x) &= k \times a \times x \\ &= a \times k \times x \\ &= f(kx) \end{aligned}$$

**Remarque :**

Les deux propriétés précédentes sont les propriétés de linéarité.

III Représentations graphiques

Propriété n° 3 :

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction linéaire $f : x \mapsto ax$ est **une droite passant par l'origine du repère**.
Le nombre a est appelé le **coefficient directeur** de cette droite.

Démonstration : (partielle)

$f(0) = a \times 0 = 0$, donc la droite passe par le point de coordonnées $(0;0)$ c'est l'origine du repère.



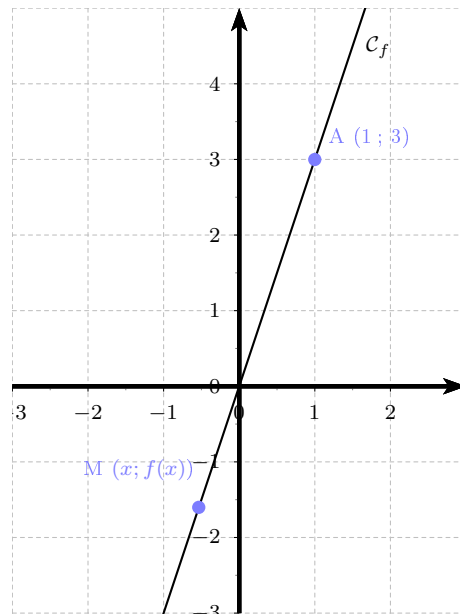
ex 4 p 122

Exemple :

Soit f la fonction définie par $f(x) = 3x$.

$$f(0) = 3 \times 0 = 0$$

$$f(1) = 3 \times 1 = 3$$

**Remarque :**

Pour tracer la représentation graphique d'une fonction linéaire f , il suffit de trouver un point de cette droite, c'est à dire de calculer l'image d'un seul nombre x_1 , puis de tracer la droite passant par l'origine et par le point de coordonnées $(x_1; f(x_1))$.



ex 10 p 123, 9 p 123, 12 p 123; 52 p 128



Vidéo : fonctions et graphique