EPI

Le nombre d'or

Sommaire :

Introduction :

Le nombre d'or aussi appelé « la divine proportion » est noté par la lettre grecque φ (minuscule) ou Φ (majuscule) du nom Phidias, l'architecte du Parthénon au V$^{\text{ème}}$ siècle avant J.C..

Ce nom de divine proportion est donné par Luca Pacioli (en 1498).

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

L'arrondi souvent utilisé est $\varphi \approx 1,618$.

Nous allons voir que nous pouvons retrouver le nombre d'or dans de très nombreux domaines, notamment la géométrie, l'arithmétique, la nature et l'art. Nous nous poserons la question sur son lien avec le « beau » ou « l'harmonie universelle ».

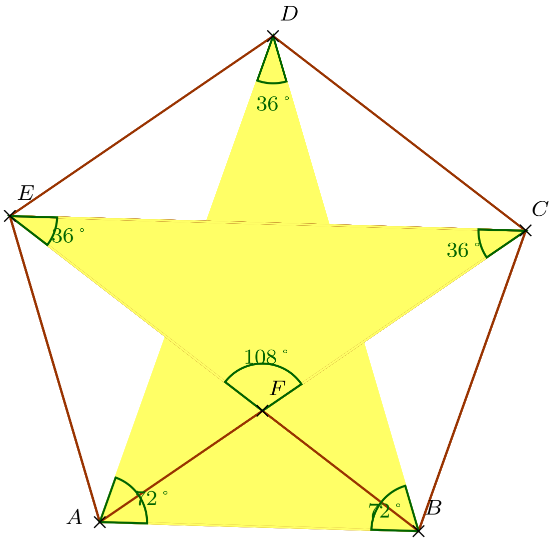
I Dans l'arithmétique

- Le nombre d'or $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ est l'une des deux solutions de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$.
- Plus les termes de la suite de Fibonacci grandissent plus les quotients de deux termes successifs se rapprochent du nombre d'or φ.
- Le nombre d'or permet de trouver une approximation de n'importe quel terme de la suite de Fibonacci, grâce à la formule de Binet initialement démontrée par Euler : $F_n \approx \dfrac{\varphi^n}{\sqrt{5}}$.

II Dans la géométrie

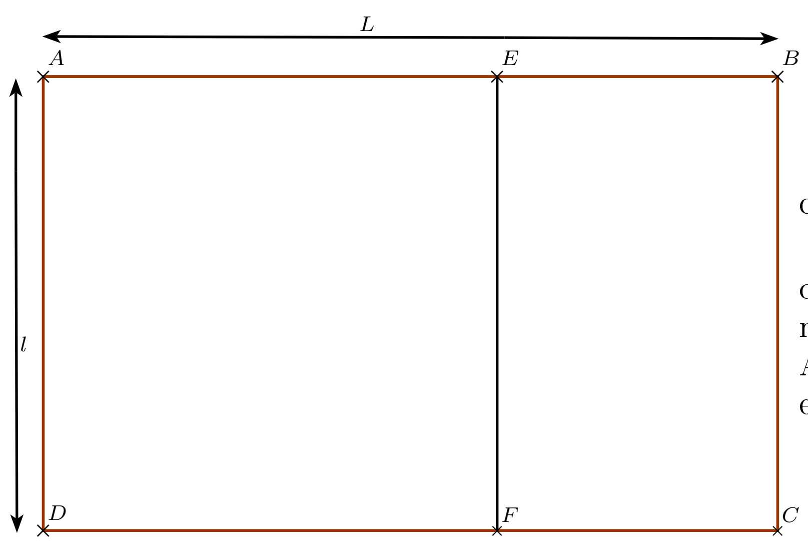
II.1 Le Triangle d'or

Un triangle d'or ou triangle « sublime » est un triangle isocèle dont le quotient des longueurs des côtés est égale à φ.



Dans le pentagone régulier on peut trouver deux types de triangle d'or. Des triangles ayant des angles de 72 ° et 36 ° et des triangles ayant des angles de 36 ° et 108 °.

II.2 Le Rectangle d'or



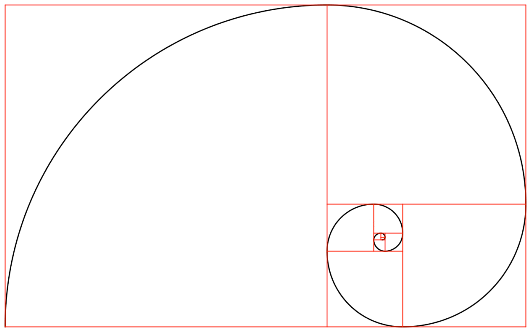
Un rectangle d'or vérifie la condition suivante : $\dfrac{L}{l} = \varphi$.

Ici ABCD est un rectangle d'or ; Si on le découpe avec le segment [EF] de manière à ce que AEFD soit un carré alors EBCF est un rectangle d'or.

EPI Le nombre d'or

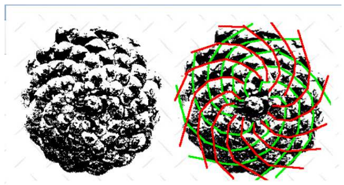
II.3 La Spirale d'or

En réitérant ce découpage en carré et rectangle d'or on peut tracer la spirale d'or.

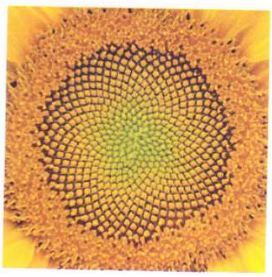


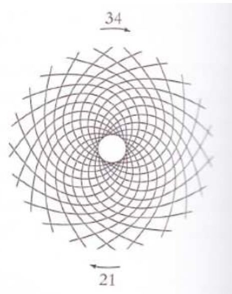
III Dans la nature

Si on s'amuse à compter les spirales sur la pomme de pin ci-contre, on en trouve 13 dans le sens horaire et 8 dans l'autre sens. Les nombres 8 et 13 sont des termes de la suite de Fibonacci.



Il a été démontré que dans la plupart des cas, on trouve deux termes consécutifs de la suite de Fibonacci.

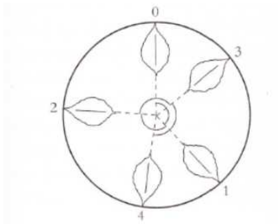




De même, on constate que les nombres de spirales d'une fleur de tournesol sont des termes consécutifs de la suite de Fibonacci.

La phyllotaxie, qui est la discipline qui étudie la disposition des feuilles sur une tige, a permis de découvrir des manifestations étonnantes de précision en termes mathématiques.

Les feuilles d'une tige de tournesol tournent d'un angle de 137,5 ° par rapport à la précédente. Cet angle est souvent appelé « L'angle d'or ». Il est lié au nombre d'or par la relation $\dfrac{360}{\varphi^2} \approx 137,5$.



Les feuilles adjacentes d'une tige de tournesol sont séparées l'une de l'autre par une distance angulaire approximativement égale à 137,5°. C'est-à-dire que chacune tourne de 137,5° par rapport à la précédente.

IV Dans l'art

IV.1 Dans l'architecture

▷ Utilisation consciente.

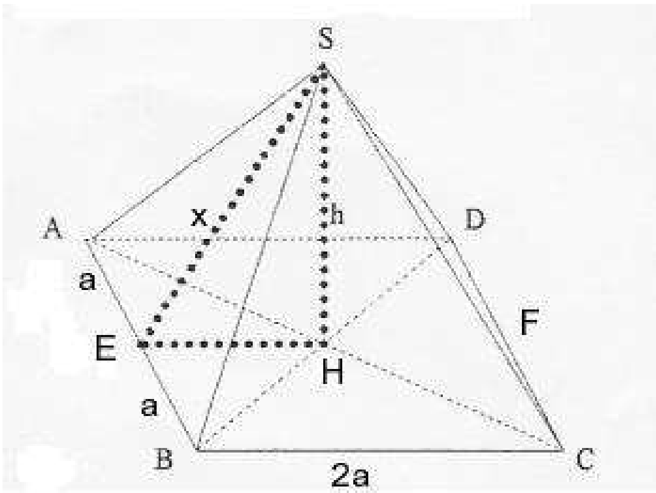
Le Corbusier explique qu'il avait conçu le mundaneum comme une ville rectangulaire, dans laquelle le rapport entre la longueur et la largeur du rectangle était φ.

Entre 1942 et 1948, Le Corbusier développa le modulor, un système de mesure destiné à la construction et au dessin du mobilier domestique basé sur la proportion d'or et les mesure d'un corps humain de type saxon (1,82 m de hauteur). Le livre *Le modulor* fut publié en 1950. *Le modulor 2*, publié en 1955, adapte les mesures du prototype latin (1,72 m de hauteur).

▷ Utilisation consciente ?

La proportion d'or est présente dans de nombreuses constructions depuis l'Égypte ancienne. Nous ne pouvons pas affirmer qu'il s'agisse d'une utilisation volontaire du nombre d'or.

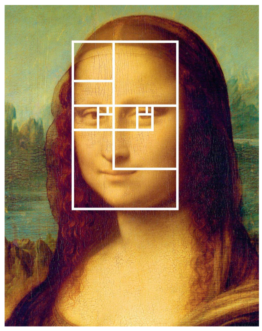
Par exemple la Grande Pyramide de Khéops contient des proportions en lien avec le nombre d'or.



$x = \varphi$; $a = 1$; $h = \sqrt{\varphi}$

IV.2 Dans la peinture

Plusieurs mathématiciens se sont amusés à découper des tableaux notamment le visage de la Joconde pour retrouver des rectangles d'or qui fixent les points importants du tableau.



IV.3 Dans la littérature

Plusieurs artistes, souvent restés anonymes, se sont amusés à composer des textes en lien avec le nombre d'or. C'est la cas, par exemple du fib.

Le fib est une forme de poésie s'appuyant sur la suite de Fibonacci et ressemblant au haïku. C'est un poème composé de 6 vers et comptant 20 syllabes, chacun des vers comptant autant de syllabes que le terme correspondant dans la suite de Fibonacci.

La
Pluie
De mai
Aujourd'hui
A mis mon jardin
Dans la tristesse de l'automne.

Conclusion :

Nous venons de voir que le nombre d'or a des propriétés mathématiques particulières. Il fait parti des nombres irrationnels tous comme les nombres π ou $\sqrt{2}$, c'est à dire qu'il a une infinité de chiffres après la virgule sans cycle qui se répète indéfiniment.

Nous venons de voir que certaines fois le nombre d'or est clairement utilisé, comme pour les œuvres d'Escher. Dans d'autres cas, nous pouvons nous poser la question sur son utilisation consciente ou inconsciente des artistes. Est-ce parce que nous retrouvons des rectangles d'or dans le tableau de la Joconde que ce tableau est remarqué de tous ? Est-ce à force de chercher le nombre d'or partout que nous le trouvons ?

Nous pouvons nous poser ces mêmes questions concernant les objets de la vie de tous les jours, comme par exemple la carte bancaire, la carte de cantine, la télévision.

Pour aller plus loin