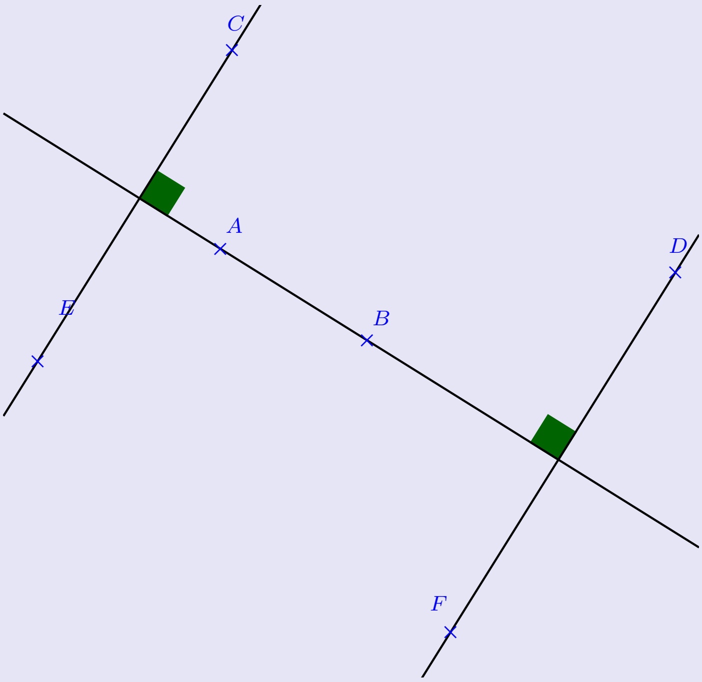
Chapitre 4

Les parallèles et les perpendiculaires

I Propriétés

Propriété n° 1 :
Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.

Remarque :
Cette propriété provient du cinquième axiome d'Euclide (cf la partie III).

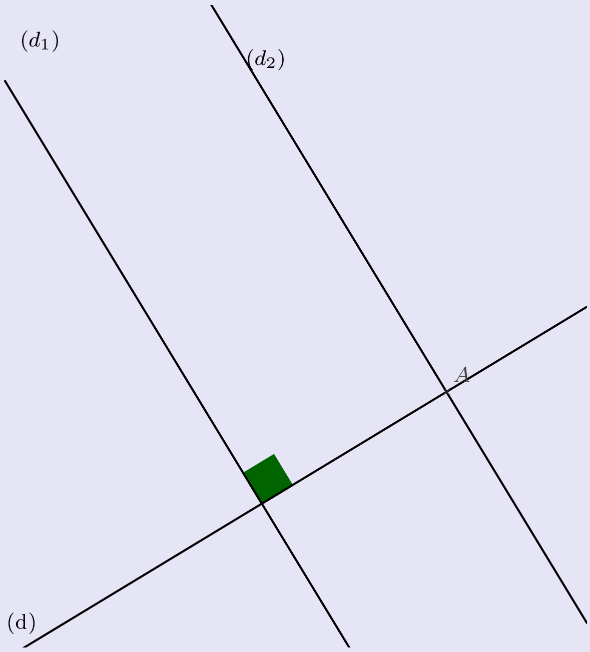


Exemple de rédaction :
On sait que : • $(CE) \perp (AB)$
• $(DF) \perp (AB)$
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc $(CE)//(DF)$.

ex 12 p 134

Propriété n° 2 :

Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.



Démonstration : *Considérons la figure ci-contre dans laquelle $(d_1)//(d_2)$. Imaginons la droite (d_3) passant par A et perpendiculaire à (d).*

Ainsi *On sait que :* • $(d_1) \perp (d)$
• $(d_3) \perp (d)$

Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.

Donc $(d_1)//(d_3)$.

Donc (d_3) passe par A et est parallèle à (d_1).

Or, d'après l'axiome d'Euclide (cf la partie 5), il n' y qu'une seule droite passant par A et parallèle à (d_1).

Donc (d_3) et (d_2) sont confondues.

Donc (d_2) est perpendiculaire à (d).

□

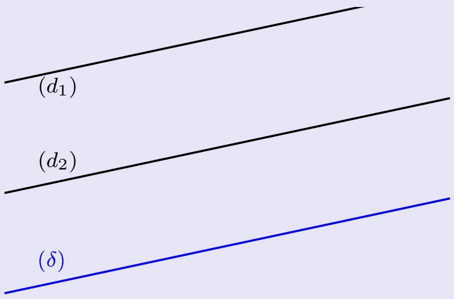
Exemple de rédaction :

On sait que : • $(d_2)//(d)$
• $(d_1) \perp (d)$

Or, si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc $(d_2) \perp (d_1)$.

Propriété n° 3 :
Si deux droites sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.



Démonstration : *Considérons la figure ci-contre dans laquelle les droites noires sont toutes les deux parallèles à la droite bleue.*
Raisonnons par l'absurde en supposant que les deux droites noires soient sécantes en un point A.
Dans ce cas, il existerait deux droites parallèles à la droite bleue et passant par A ; ce qui contredit l'axiome d'Euclide (cf la partie 5).
Donc les deux droites noires ne sont pas sécantes, elles sont donc parallèles.

□

Exemple de rédaction :

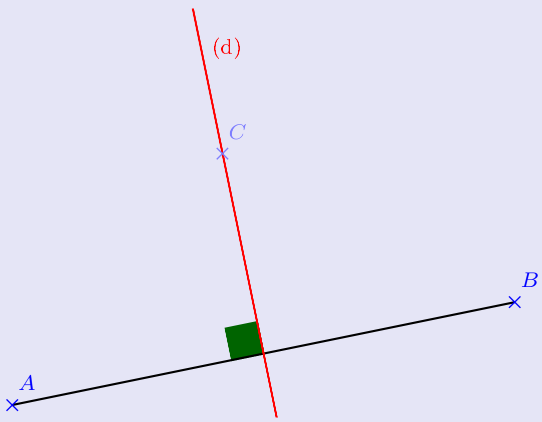
On sait que : • $(d_2)//(\delta)$
• $(d_1)//(\delta)$

Or, si deux droites sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.
Donc $(d_2)//(d_1)$.

ex 13, 15 p 134, ex 44 p 139

II Médiatrice

Définition :
La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire passant par le milieu de ce segment.



Remarque :
Considérons C un point quelconque de la médiatrice de $[AB]$, on constate que $AC = BC$.

Animation

Proposition :
La médiatrice est l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment.

exo 2 Animation

III Les Axiomes

Les cinq axiomes d'Euclide :

1. Il existe toujours une droite qui passe par deux points du plan.
2. Tout segment peut être étendu suivant sa direction en une droite (infinie).
3. A partir d'un segment, il existe un cercle dont le centre est un des points du segment et dont le rayon est la longueur du segment.
4. Tous les angles droits sont égaux entre eux.
5. Étant donné un point et une droite ne passant pas par ce point, il existe une seule droite passant par ce point et parallèle à la première.

Le 5ème axiome était énoncé par Euclide comme cela : « Si une droite, tombant sur deux droites, fait les angles intérieurs du même côté plus petits que deux droits, ces droites, prolongées à l'infini, se rencontreront du côté où les angles sont plus petits que deux droits. »

Bibmath

