

Chapitre 1

Les nombres rationnels

I  Définitions **Définition :**

On considère a et b deux nombres avec b non nul. Le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b , donne a .

 **Remarques :**

- La définition signifie : $b \times \frac{a}{b} = a$.
- Le quotient de a par b se note $a \div b$ ou en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$.
- a est le **numérateur** et b est le **dénominateur**.

 **Exemples :**

- $37 \times \frac{42}{37} = 42$
- $\frac{1}{2}$ est une écriture fractionnaire de 0,5.

Propriété :

On ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant (ou en divisant) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Démonstration : Soient $\frac{a}{b}$ une fraction et c un nombre.

Par définition $b \times \frac{a}{b} = a$.

Calculons :

$$\begin{aligned} b \times \frac{a \times c}{b \times c} &= \frac{a \times c}{c} \\ &= a \times \frac{c}{c} \\ &= a \times 1 \\ &= a \end{aligned}$$

Ainsi $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$.

□

Exemples :

•

$$\frac{8}{9} = \frac{8 \times 5}{9 \times 5} = \frac{40}{45}$$

•

$$\frac{18}{21} = \frac{6 \times 3}{7 \times 3} = \frac{6}{7}$$

Définition :

Simplifier une fraction signifie trouver une fraction qui lui soit égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.

Exemple :

$$\frac{75}{100} = \frac{3 \times \cancel{25}}{4 \times \cancel{25}} = \frac{3}{4}$$

II  **Additions, soustractions de fractions****Méthode :**

Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire :

- on les ramène au même dénominateur ;
- on additionne leurs numérateurs.

Démonstration : Soient a , b , c et d des nombres avec c et d non nuls.

$$\begin{aligned} b \times d \times \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) &= d \times b \times \frac{a}{b} + b \times d \times \frac{c}{d} \\ &= d \times a + b \times c \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} + \frac{c}{d} &= \frac{d \times a + b \times c}{bd} \\ &= \frac{d \times a}{b \times d} + \frac{b \times c}{b \times d} \end{aligned}$$

□

Exemples :

$$\bullet \frac{5}{3} + \frac{8}{3} = \frac{13}{3}$$

$$\begin{aligned}\frac{5}{4} + \frac{7}{8} &= \frac{5 \times 2}{4 \times 2} + \frac{7}{8} \\ &= \frac{10}{8} + \frac{7}{8} \\ &= \frac{17}{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} + \frac{5}{6} &= \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{5 \times 2}{6 \times 2} \\ &= \frac{3}{12} + \frac{10}{12} \\ &= \frac{13}{12}\end{aligned}$$



ex 2 p 60, ex 3, 4 p 60, ex 6, 7 p 60, ex 22 p 62, ex 23, 25 p 62, ex 30 p 63

III Multiplications de fractions

Méthode :

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire :

- on multiplie les numérateurs ;
- on multiplie les dénominateurs.

Démonstration : Soient a, b, c et d des nombres avec c et d non nuls.

$$\begin{aligned}b \times d \times \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) &= b \times \frac{a}{b} \times d \times \frac{c}{d} \\ &= a \times c\end{aligned}$$

donc $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

□

Exemple :

$$\frac{9}{7} \times \frac{4}{11} = \frac{36}{77}$$



ex 37, 38 p 64, ex 39 p 64, ex 84 p 68, ex 86 p 68

IV Divisions de fractions

Définition :

L'inverse d'un nombre non nul a est le nombre, noté $\frac{1}{a}$ ou a^{-1} , tel que leur produit donne 1.

Exemples :

- L'inverse de $\frac{3}{5}$ est $\frac{5}{3}$.
- L'inverse de 6 est $\frac{1}{6}$.



ex 40 p 64

Méthode :

| Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

Démonstration : Soient a et b des nombres avec b non nul.

$$\begin{aligned} a \div b &= \frac{a}{b} \\ &= a \times \frac{1}{b} \end{aligned}$$

□

Exemples :

•

$$\begin{aligned} 4 \div 2 &= 4 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

•

$$\begin{aligned} \frac{5}{8} \div \frac{3}{10} &= \frac{5}{8} \times \frac{10}{3} \\ &= \frac{50}{24} \\ &= \frac{25}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{14}{\frac{5}{7}} &= \frac{14}{5} \times \frac{10}{7} \\ &= \frac{2 \times 7}{5} \times \frac{2 \times 5}{7} \\ &= \frac{4}{1} \\ &= 4\end{aligned}$$



ex 42 p 64, ex 43 p 64, ex 49 p 65, ex 89 p 68

V Comparaison de fractions

Voici différentes méthodes pour comparer des fractions :

- 1) On ramène les fractions au même dénominateur.
- 2) On ramène les fractions au même numérateur.
- 3) On compare les fractions à 1. (Cette méthode ne fonctionne pas dans tous les cas.)
- 4) On effectue les divisions.

Exemples :

Comparons les fractions $\frac{2}{7}$ et $\frac{1}{3}$

1) $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$ et $\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$ ainsi $\frac{2}{7} < \frac{1}{3}$.

2) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ ainsi $\frac{2}{7} < \frac{1}{3}$.

3) Avec ces deux fractions la comparaison par rapport à 1 ne fonctionne pas puisqu'elles sont toutes les deux plus petites que 1.

Par contre $\frac{7}{9} < 1 < \frac{11}{8}$.

4) $\frac{2}{7} \approx 0,29$ et $\frac{1}{3} \approx 0,33$ ainsi $\frac{2}{7} < \frac{1}{3}$.



ex 106 p 71