

## Chapitre 3

## Les équations

## I Équation produit


 **Proposition :**

| Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

Démonstration :

- Si un produit est nul, cela entraîne qu'un de ses facteurs vaut 0.
- Si un des facteurs vaut 0, alors n'importe quel nombre multiplié par 0 donne 0, donc le produit est nul.

□

 **Remarque :**

En symboles mathématiques cette proposition se traduit par :

$$A \times B = 0 \iff A = 0 \text{ ou } B = 0$$

 **Exemple :**

Résolvons l'équation  $(2x + 6)(4x - 5) = 0$ .

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs est nul.

$$\text{Soit } 2x + 6 = 0$$

$$2x = -6$$

$$x = \frac{-6}{2}$$

$$x = -3$$


$$\text{Soit } 4x - 5 = 0$$

$$4x = 5$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$x = 1,25$$

Donc  $\mathcal{S} = \{-3 ; 1,25\}$ .

 Vidéo : équation produit

 ex 20, 21 p 82

 **Remarques :**

Pour résoudre certaines équations, il est parfois utile de se ramener à une équation produit.

Cette équation du second degré  $4x^2 + 20x + 25 = 0$  peut se résoudre en se ramenant à une équation produit donc à deux équations du premier degré.

 exo 1

 Exercice

## II Les trois identités remarquables

### II.1 La première identité remarquable

#### Propriété n° 1 :

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Démonstration :

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a \times a + a \times b + b \times a + b \times b \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

□

#### Exemples :

On développe :

$$\begin{aligned} A &= (x + 8)^2 \\ &= x^2 + 2 \times x \times 8 + 8^2 \\ &= x^2 + 16x + 64 \end{aligned}$$

On factorise :

$$\begin{aligned} B &= x^2 + 12x + 36 \\ &= x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2 \\ &= (x + 6)^2 \end{aligned}$$



*ex 18 p 62*

### II.2 La deuxième identité remarquable

#### Propriété n° 2 :

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Démonstration :

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= (a - b)(a - b) \\ &= a \times a + a \times (-b) + (-b) \times a + (-b) \times (-b) \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

□

**Exemples :**On développe :

$$\begin{aligned}
 C &= (5x - 7)^2 \\
 &= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 7 + 7^2 \\
 &= 25x^2 - 70x + 49
 \end{aligned}$$

On factorise :

$$\begin{aligned}
 D &= 16x^2 - 8x + 1 \\
 &= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2 \\
 &= (4x - 1)^2
 \end{aligned}$$

**II.3 La troisième identité remarquable****Propriété n° 3 :**Soient  $a$  et  $b$  deux nombres :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Démonstration :

$$\begin{aligned}
 (a + b)(a - b) &= a \times a + a \times (-b) + b \times a + b \times (-b) \\
 &= a^2 - ab + ab - b^2 \\
 &= a^2 - b^2
 \end{aligned}$$

□

**Exemples :**1. On développe :

$$\begin{aligned}
 E &= (2x + 3)(2x - 3) \\
 &= (2x)^2 - 3^2 \\
 &= 4x^2 - 9
 \end{aligned}$$

2. On factorise :

$$\begin{aligned}
 F &= 81x^2 - 16 \\
 &= (9x)^2 - 4^2 \\
 &= (9x + 4)(9x - 4)
 \end{aligned}$$

3. Résolvons une équation  $x^2 - 9 = 0$  :*1ère méthode :*

$$\begin{aligned}
 x^2 - 9 &= 0 \\
 x^2 &= 9
 \end{aligned}$$

On prend la racine carrée de 9 et son opposé.

$$x = 3 \text{ ou } x = -3$$

*2ème méthode :*

$$x^2 - 9 = 0$$

On factorise

$$(x + 3)(x - 3) = 0$$

Si un produit est nul, alors l'un de ses facteurs est nul.

$$\begin{aligned}
 x + 3 &= 0 \text{ ou } x - 3 = 0 \\
 x &= -3 \text{ ou } x = 3
 \end{aligned}$$

On trouve deux solutions  $\mathcal{S} = \{-3; 3\}$ .



*ex 20, 21, 19 p 62; ex 22 p 62; Ex 24 p 82; Exo 2, ex 75 p 88; exo 3, exo 4, exo 5 exo nombre d'or*



[Vidéo : 3<sup>ème</sup> identité remarquable](#)



[Exercice](#)