

I Équation produit

Proposition :

| Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

Démonstration :

- Si un produit est nul, cela entraîne qu'un de ses facteurs vaut 0.
- Si un des facteurs vaut 0, alors n'importe quel nombre multiplié par 0 donne 0, donc le produit est nul.

□

Remarque :

En symboles mathématiques cette proposition se traduit par :

$$A \times B = 0 \iff A = 0 \text{ ou } B = 0$$

Exemple :

Résolvons l'équation $(2x + 6)(4x - 5) = 0$.

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs est nul.

$$\text{Soit } 2x + 6 = 0$$

$$2x = -6$$

$$x = \frac{-6}{2}$$

$$x = -3$$

$$\text{Soit } 4x - 5 = 0$$

$$4x = 5$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$x = 1,25$$

Donc $\mathcal{S} = \{-3 ; 1,25\}$.



Vidéo : équation produit



ex 20, 21 p 82

Remarques :

Pour résoudre certaines équations, il est parfois utile de se ramener à une équation produit.

Cette équation du second degré $4x^2 + 20x + 25 = 0$ peut se résoudre en se ramenant à une équation produit donc à deux équations du premier degré.



exo 1



Exercice

II Les trois identités remarquables

II.1 La première identité remarquable

Propriété n° 1 :

Soient a et b deux nombres :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Démonstration :

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a \times a + a \times b + b \times a + b \times b \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

□

Exemples :

On développe :

$$\begin{aligned} A &= (x + 8)^2 \\ &= x^2 + 2 \times x \times 8 + 8^2 \\ &= x^2 + 16x + 64 \end{aligned}$$

On factorise :

$$\begin{aligned} B &= x^2 + 12x + 36 \\ &= x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2 \\ &= (x + 6)^2 \end{aligned}$$



ex 18 p 62

II.2 La deuxième identité remarquable

Propriété n° 2 :

Soient a et b deux nombres :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Démonstration :

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= (a - b)(a - b) \\ &= a \times a + a \times (-b) + (-b) \times a + (-b) \times (-b) \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

□

Exemples :

On développe :

$$\begin{aligned} C &= (5x - 7)^2 \\ &= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 7 + 7^2 \\ &= 25x^2 - 70x + 49 \end{aligned}$$

On factorise :

$$\begin{aligned} D &= 16x^2 - 8x + 1 \\ &= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2 \\ &= (4x - 1)^2 \end{aligned}$$

II.3 La troisième identité remarquable

Propriété n° 3 :

Soient a et b deux nombres :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Démonstration :

$$\begin{aligned} (a + b)(a - b) &= a \times a + a \times (-b) + b \times a + b \times (-b) \\ &= a^2 - ab + ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

□

Exemples :

1. On développe :

$$\begin{aligned} E &= (2x + 3)(2x - 3) \\ &= (2x)^2 - 3^2 \\ &= 4x^2 - 9 \end{aligned}$$

2. On factorise :

$$\begin{aligned} F &= 81x^2 - 16 \\ &= (9x)^2 - 4^2 \\ &= (9x + 4)(9x - 4) \end{aligned}$$

3. Résolvons une équation $x^2 - 9 = 0$:

1^{ère} méthode :

$$\begin{aligned} x^2 - 9 &= 0 \\ x^2 &= 9 \end{aligned}$$

On prend la racine carrée de 9 et son opposé.

$$x = 3 \text{ ou } x = -3$$

2^{ème} méthode :

$$x^2 - 9 = 0$$

On factorise

$$(x + 3)(x - 3) = 0$$

Si un produit est nul, alors l'un de ses facteurs est nul.

$$\begin{aligned} x + 3 = 0 \text{ ou } x - 3 = 0 \\ x = -3 \text{ ou } x = 3 \end{aligned}$$

On trouve deux solutions $\mathcal{S} = \{-3; 3\}$.



ex 20, 21, 19 p 62; ex 22 p 62; Ex 24 p 82; Exo 2, ex 75 p 88; exo 3, exo 4, exo 5 exo nombre d'or



[Vidéo : 3^{ème} identité remarquable](#)



[Exercice](#)