



Chapitre 1

Exercices

A faire

Chacun choisit les exercices qu'il souhaite travailler, sans oublier les passages obligatoires  et les validations .

.1 Critères de divisibilité

Exercice n° 1

Trouver les diviseurs des nombres suivants :

1. 15

3. 108

2. 36

4. 406



Exercice n° 2

Compléter le tableau suivant :

Le nombre ci-dessous est divisible par	2	3	4	5	9	10
a) 34 200						
b) 7 512						
c) 14 000						
d)	non	oui	non	non	non	non
e)	oui	oui	non	non	oui	non
f)	non	non	non	non	non	non

Pour
s'entraîner :

Exercice n° 3

1. Trouver les diviseurs communs des nombres suivants :

(a) 15 et 36

(c) 108 et 5

(b) 60 et 210

(d) 10 et 100

Pour
progresser :

2. (a) Quel est le plus grand diviseur commun de 60 et 210 ?

(b) Trouver les diviseurs du plus grand diviseur commun de 60 et 210.

(c) Que remarque-t-on ?



Exercice n° 4

Classique

Il y a dans une urne 12 boules indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 12. On veut tirer une boule au hasard.

1. Est-il plus probable d'obtenir un numéro pair ou bien un multiple de 3 ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un numéro inférieur à 20 ?
3. On enlève de l'urne toutes les boules dont le numéro est un diviseur de 6. On veut à nouveau tirer une boule au hasard.

Expliquer pourquoi la probabilité d'obtenir un numéro qui soit un nombre premier est alors 0,375.

Source : DNB Amérique 2017

Exercice n° 5

★☆☆

Un confiseur lance la fabrication de bonbons au chocolat et de bonbons au caramel pour remplir 50 boîtes. Chaque boîte contient 10 bonbons au chocolat et 8 bonbons au caramel.

1. Combien doit-il fabriquer de bonbons de chaque sorte ?
2. Jules prend au hasard un bonbon dans une boîte. Quelle est la probabilité qu'il obtienne un bonbon au chocolat ?
3. Jim ouvre une autre boîte et mange un bonbon. Gourmand, il en prend sans regarder un deuxième. Est-il plus probable qu'il prenne alors un bonbon au chocolat ou un bonbon au caramel ?
4. Lors de la fabrication, certaines étapes se passent mal et, au final, le confiseur a 473 bonbons au chocolat et 387 bonbons au caramel.
 - (a) Peut-il encore constituer des boîtes contenant 10 bonbons au chocolat et 8 bonbons au caramel en utilisant tous les bonbons ? Justifier votre réponse.
 - (b) Le confiseur décide de changer la composition de ses boîtes. Son objectif est de faire le plus de boîtes identiques possibles en utilisant tous ses bonbons. Combien peut-il faire de boîtes ? Quelle est la composition de chaque boîte ?

Source : DNB Pondichéry 2016

Exercice n° 6**Les copains !**

★☆☆

1. Écrire les diviseurs de 220.
2. Écrire les diviseurs de 284.
3. Faire la somme des diviseurs stricts de 220.
4. Faire la somme des diviseurs stricts de 284.

Remarque :

↗ On dit que 220 et 284 sont des nombres amicaux.

.2 Facteurs premiers

Exemple :

{2; 3; 4} donne :

$$\begin{aligned} & 1 \\ & 2 \\ & 3 \\ & 4 \\ & 2 \times 3 = 6 \\ & 2 \times 4 = 8 \\ & 3 \times 4 = 12 \\ & 2 \times 3 \times 4 = 24 \end{aligned}$$

Indication :

Par convention, un produit d'aucun nombre vaut 1.

Exercice n° 7

Parmi les nombres suivant calculer les produits de toutes les combinaisons possibles, par exemple :

- | | |
|-----------------|--------------------|
| 1. {3; 5} | 3. {2; 2; 3; 3; 3} |
| 2. {2; 2; 3; 3} | 4. {2; 7; 29} |

▷ Compare les résultats obtenus avec ceux de l'exercice 1 de la Partie 1.

Exercice n° 8

Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants :

- | | |
|--------|----------|
| 1. 60 | 3. 406 |
| 2. 210 | 4. 1 025 |

Pour
s'entraîner :

Exercice n° 9

Considérons les deux couples de nombres :

- | | |
|---------------|----------------|
| a) 60 et 210 | b) 800 et 324 |
|---------------|----------------|

- Donner la décomposition en facteurs premiers des deux nombres.
- Écrire les facteurs communs.
- En déduire les diviseurs communs.

Pour
progresser :

Indication :

Pour la question a) on doit obtenir les mêmes résultats qu'à l'exercice 3 de la Partie 1.

Exercice n° 10

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1150 perles et 4140 pièces d'or.

1. Décomposer 69 ; 1150 et 4140 en produits de facteurs premiers.
2. Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins.
Combien y-a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués ?

Source : DNB Métropole 2019

Exercice n° 11

Damien a fabriqué trois dés à six faces parfaitement équilibrés mais un peu particuliers.

Sur les faces du premier dé sont écrits les six plus petits nombres pairs strictement positifs : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12.

Sur les faces du deuxième dé sont écrits les six plus petits nombres impairs positifs.

Sur les faces du troisième dé sont écrits les six plus petits nombres premiers.

Après avoir lancé un dé, on note le nombre obtenu sur la face du dessus.

1. Quels sont les six nombres figurant sur le deuxième dé ?
Quels sont les six nombres figurant sur le troisième dé ?
2. Zoé choisit le troisième dé et le lance. Elle met au carré le nombre obtenu. Léo choisit le premier dé et le lance. Il met au carré le nombre obtenu.
 - (a) Zoé a obtenu un carré égal à 25. Quel était le nombre lu sur le dé qu'elle a lancé ?
 - (b) Quelle est la probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé ?
3. Mohamed choisit un des trois dés et le lance quatre fois de suite. Il multiplie les quatre nombres obtenus et obtient 525.
 - (a) Peut-on déterminer les nombres obtenus lors des quatre lancers ? Justifier.
 - (b) Peut-on déterminer quel est le dé choisi par Mohamed ? Justifier.

Source : DNB Antilles 2019

Chapitre 1

Correction

Correction de l'exercice n° 1

- L'ensemble des diviseurs de 15 est $\{1; 3; 5; 15\}$.
- L'ensemble des diviseurs de 36 est $\{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$.
- L'ensemble des diviseurs de 108 est $\{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 27; 36; 54; 108\}$.
- L'ensemble des diviseurs de 406 est $\{1; 2; 7; 14; 29; 58; 203; 406\}$.

Correction de l'exercice n° 2

Le nombre ci-dessous est divisible par	2	3	4	5	9	10
a) 34 200	oui	oui	oui	oui	oui	oui
b) 7 512	oui	oui	oui	non	non	non
c) 14 000	oui	non	oui	oui	non	oui
d) 3 (par exemple)	non	oui	non	non	non	non
e) 18 (par exemple)	oui	oui	non	non	oui	non
f) 1 (par exemple)	non	non	non	non	non	non

Correction de l'exercice n° 3

- L'ensemble des diviseurs de 15 est $\{1; 3; 5; 15\}$.
L'ensemble des diviseurs de 36 est $\{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$.
Donc l'ensemble des diviseurs communs de 15 et 36 est $\{1; 3\}$.
 - L'ensemble des diviseurs de 60 est $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60\}$.
L'ensemble des diviseurs de 210 est $\{1; 2; 3; 5; 6; 7; 10; 14; 15; 21; 30; 35; 42; 70; 105; 210\}$.
Donc l'ensemble des diviseurs communs de 60 et 210 est $\{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$.
 - L'ensemble des diviseurs de 108 est $\{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 27; 36; 54; 108\}$.
L'ensemble des diviseurs de 5 est $\{1; 5\}$.
Donc l'ensemble des diviseurs communs de 108 et 5 est $\{1\}$.
 - L'ensemble des diviseurs de 10 est $\{1; 2; 5; 10\}$.
L'ensemble des diviseurs de 100 est $\{1; 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50; 100\}$.
Donc l'ensemble des diviseurs communs de 10 et 100 est $\{1; 2; 5; 10\}$.
- Le plus grand diviseur commun de 60 et 210 est 30.
 - L'ensemble des diviseurs du plus grand diviseur commun sont $\{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$.
 - Nous pouvons remarquer que l'ensemble des diviseurs du plus grand diviseur commun est le même que l'ensemble des diviseurs communs de 60 et 210.

Correction de l'exercice n° 4

1. Il y a 6 numéros pairs et 4 multiples de 3. Il est donc plus probable d'obtenir un numéro pair qu'un multiple de 3.
2. Tous les numéros sont inférieurs à 20 : la probabilité est donc égale à 1.
3. Les diviseurs de 6 sont 1 ; 2 ; 3 et 6.

Sur les huit numéros restants seuls 5 ; 7 et 11 sont premiers.

La probabilité d'obtenir un numéro qui soit un nombre premier est donc égale à :

$$\frac{3}{8} = 0,375.$$

Correction de l'exercice n° 5

1. Le confiseur doit fabriquer $50 \times 10 = 500$ bonbons au chocolat et $50 \times 8 = 400$ bonbons au caramel.
2. Dans une boîte il y a 10 bonbons au chocolat sur 18 bonbons. La probabilité est donc égale à $\frac{10}{18} \approx 0,56$.
3.
 - S'il a pris un bonbon au chocolat, il reste 9 bonbons au chocolat et 8 au caramel.

- S'il a pris un bonbon au caramel, il reste 10 bonbons au chocolat et 7 au caramel.

Dans chaque cas il reste plus de bonbons au chocolat que de bonbons au caramel : le second bonbon a plus de chances d'être un bonbon au chocolat qu'un bonbon au caramel.

4. (a) Avec 473 bonbons au chocolat il peut faire 47 boîtes de 10 bonbons et avec 387 bonbons au caramel 48 boîtes.

Il peut donc faire 47 boîtes de 10 bonbons au chocolat et 8 bonbons au caramel. Il lui restera 3 bonbons au chocolat et 11 bonbons au caramel.

- (b) On a $473 = 43 \times 11$.

387 est un multiple de 9 car $3+8+7 = 18$ l'est aussi. $387 = 9 \times 43$.

On peut donc faire en utilisant tous les bonbons 43 boîtes contenant chacune 11 bonbons au chocolat et 9 bonbons au caramel.

Correction de l'exercice n° 6

1. L'ensemble des diviseurs de 220 est $\{1; 2; 4; 5; 10; 11; 20; 22; 44; 55; 110; 220\}$.
2. L'ensemble des diviseurs de 284 est $\{1; 2; 4; 71; 142; 284\}$.
3. $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$
4. $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$

Correction de l'exercice n° 7

1. {3; 5} donne :

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 3 \times 5 = 15 \end{array}$$

2. {2; 2; 3; 3} donne :

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \times 2 = 4 \\ 2 \times 3 = 6 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 2 \times 2 \times 3 = 12 \\ 2 \times 3 \times 3 = 18 \\ 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36 \end{array}$$

3. {2; 2; 3; 3; 3} donne :

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \times 2 = 4 \\ 2 \times 3 = 6 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 2 \times 2 \times 3 = 12 \\ 2 \times 3 \times 3 = 18 \\ 3 \times 3 \times 3 = 27 \\ 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36 \\ 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54 \\ 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 108 \end{array}$$

4. {2; 7; 29} donne :

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \times 7 = 14 \\ 29 \\ 2 \times 29 = 58 \\ 7 \times 29 = 203 \\ 2 \times 7 \times 29 = 406 \end{array}$$

Correction de l'exercice n° 8

1. $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5.$

2. $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7.$

3. $406 = 2 \times 7 \times 29.$

4. $1\,025 = 5 \times 5 \times 41.$

Correction de l'exercice n° 9

a) 60 et 210

$$1. \quad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ \text{et } 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7.$$

2 . L'ensemble des facteurs communs est $\{2; 3; 5\}$.

3 . $\{2; 3; 5\}$ donne :**1****2****3****5**

$2 \times 3 = \mathbf{6}$

$2 \times 5 = \mathbf{10}$

$3 \times 5 = \mathbf{15}$

$2 \times 3 \times 5 = \mathbf{30}$

b) 800 et 324

$$1. \quad 800 = 2^5 \times 5^2 \text{ et } 324 = 2^2 \times 3^4.$$

2 . L'ensemble des facteurs communs est $\{2; 2\}$.

3 . $\{2; 2\}$ donne :**1****2**

$2 \times 2 = \mathbf{4}$

Correction de l'exercice n° 10

1. On a $69 = 3 \times 23$,

$$1150 = 115 \times 10 = 5 \times 23 \times 2 \times 5 = 2 \times 5^2 \times 23, \text{ et}$$

$$4140 = 414 \times 10 = 6 \times 69 \times 10 = 2 \times 3 \times 3 \times 23 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 23.$$

2. Le nombre de marins doit diviser 69, 1 150 et 4 140.

Seul le facteur 23 est commun aux trois décompositions.

Il y a donc 23 marins.

Correction de l'exercice n° 11

1. Sur les faces du deuxième dé sont écrits : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11.

Sur les faces du troisième dé sont écrits : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13.

2. (a) On a $25 = 5^2$: Zoé a obtenu 5.

(b) Les nombres du premier dé dont le carré est supérieur à 25 sont : 6 ; 8 ; 10 ; 12 soit 4 nombres sur 6.

La probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé est donc égale à $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

3. (a) • 525 est impair, donc Mohamed n'a pas choisi le premier dé qui ne donne que des nombres pairs ;

• On a $525 = 25 \times 21 = 3 \times 5^2 \times 7$.

On peut donc exclure de la liste des numéros sortis 9 et 11 pour le dé 2 et 11 et 13 pour le dé 3 ainsi que 2, car le produit serait pair.

On voit qu'avec le dé 2 ou le dé 3, il a pu obtenir (dans n'importe quel ordre) : 3 ; 5 ; 5 ; 7 qui sont les quatre nombres obtenus.

Ce sont les nombres obtenus, mais ils peuvent provenir du dé 2 ou du dé 3, donc

(b) Ce sont les nombres obtenus, mais ils peuvent provenir du dé 2 ou du dé 3, donc on ne peut pas savoir quel est le dé choisi par Mohamed.